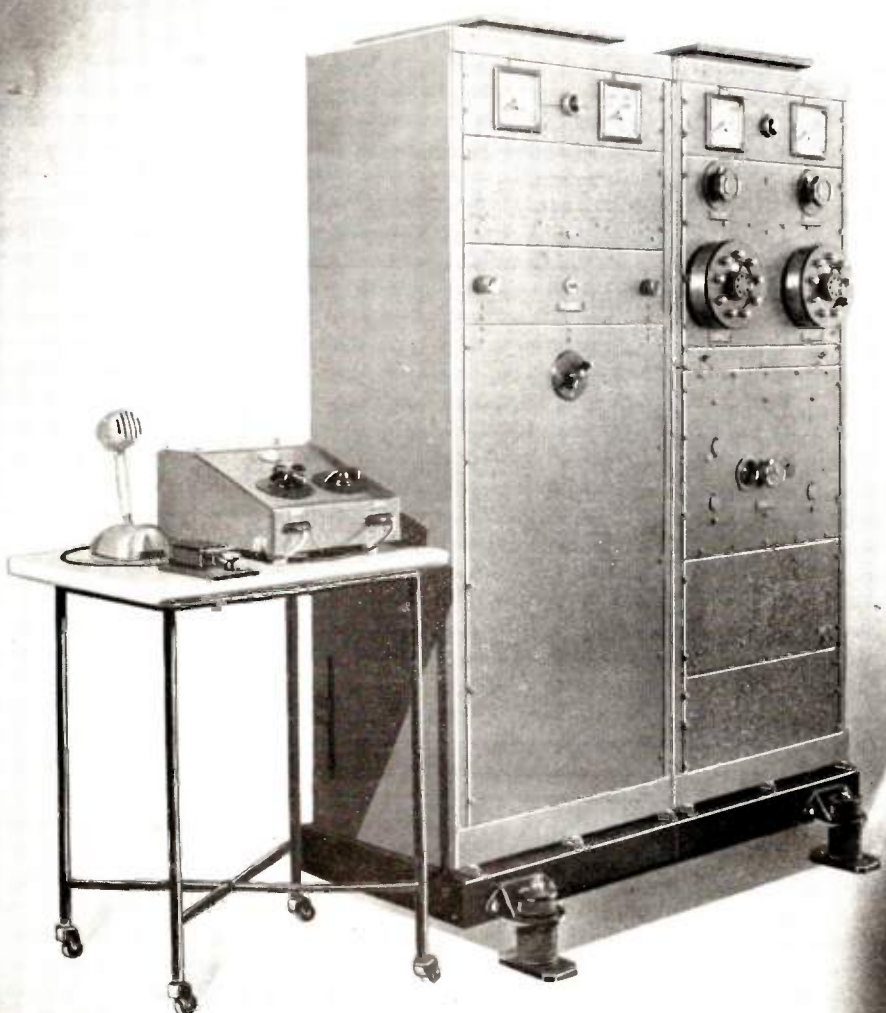
L'ONDE ÉLECTRIQUE

26e ANNÉE N° 227
FÉVRIER 1946
PRIX : 60 FRANCS

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ DES RADIOÉLECTRICIENS
ETIENNE CHIRON, ÉDITEUR, 40, RUE DE SEINE, PARIS-6e

COLLÈGE DE FRANCE
LABORATOIRE
DE CHIMIE NUCLÉAIRE



LIRE DANS CE NUMERO

Développements récents de la technique du magnetron, par G. Goudet.

Contribution à l'étude d'un standard vidéo, par Angel.

La Modulation de fréquence (suite), par P. Besson.

RT

TUBES POUR APPLICATIONS SPÉCIALES

Ondes courtes - Amplificateurs de lignes
Préamplis - Mesures - Télécommande

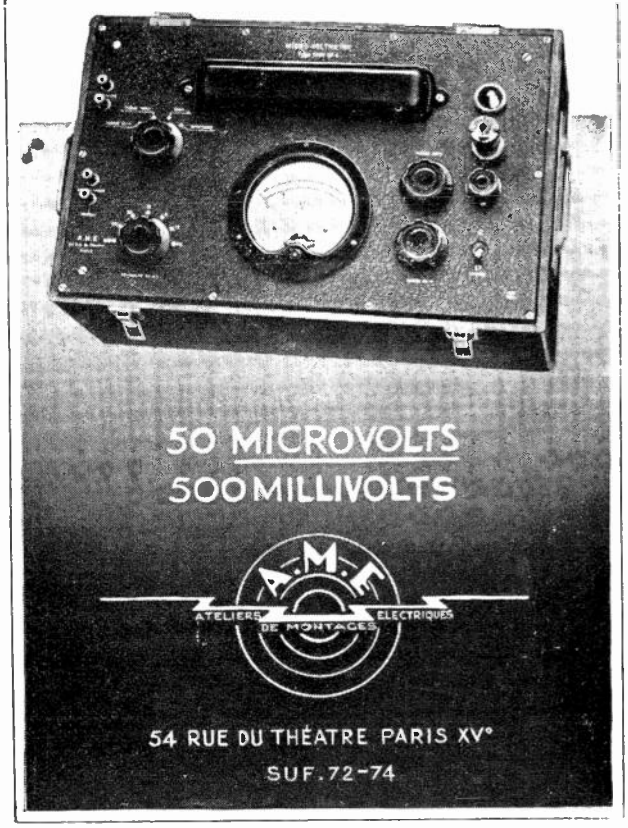
S. A. LA RADIOTECHNIQUE
Fournisseur des Administrations et des Services Publics
LABORATOIRES ET USINES :
51, RUE CARNOT — SURESNES

DARIO

TOUS LES TUBES DE RÉCEPTION

9, AVENUE MATIGNON, PARIS-8e

MICROVOLTMÈTRE
A LAMPES

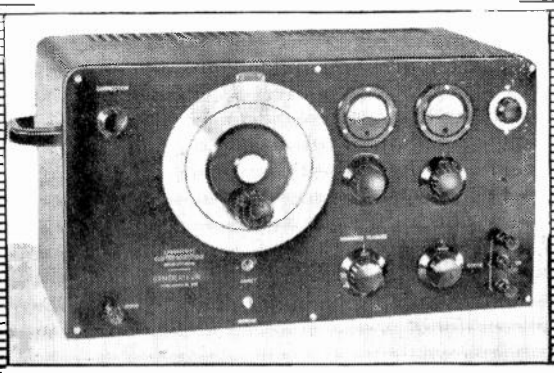


50 MICROVOLTS
500 MILLIVOLTS

A.M.E
ATELIERS DE MONTAGES ELECTRIQUES

54 RUE DU THÉATRE PARIS XV°
SUF. 72-74

APPAREILS DE MESURES
DE HAUTE PRÉCISION



TYPE GBM 6 (25 à 15 000 c/s) GÉNÉRATEUR TYPE GMM 4 (25 à 100 000 c/s)

EXTRAIT DU CATALOGUE :
GÉNÉRATEURS — VOLTMÈTRE ÉLECTRONIQUE
PONT UNIVERSEL — MICROPHONE ÉTALON
DISTORSIOMÈTRE — SONOMÈTRE — AUDIOMÈTRE

LABORATOIRE ÉLECTRO-ACOUSTIQUE L.E.A.
5, R. CASIMIR PINEL
NEUILLY-S/SEINE
Tél: MAI. 55-06,55-21

L'ONDE ÉLECTRIQUE

Revue Mensuelle publiée par la Société des Radioélectriciens

ABONNEMENT D'UN AN
FRANCE. . . . 600 »
ÉTRANGER : . . . 750 »

Etienne CHIRON
ÉDITEUR
40, Rue de Seine — PARIS (6°)
C. C. P. PARIS 53-35

Prix du Numéro :
60 francs

Vol. XXVI **Février 1946** **Numéro 227**

SOMMAIRE

Développements récents de la technique du magnétron.....	G. GOUDET	49
Contribution à l'étude d'un standard vidéo	Y. ANGEL	60
La modulation de fréquence (*suite*)	P. BESSON	74
Raymond BRAILLARD	L. BOUTHILLON	92

Sur la couverture :

Emetteur à modulation de fréquence de la SADIR-CAPENTIER.

SOCIÉTÉ DES RADIOÉLECTRICIENS

BUTS ET AVANTAGES OFFERTS

La Société des Radioélectriciens, fondée en 1921 sous le titre « Société des Amis de la T. S. F. », a pour buts : (art. 1 des statuts).

1° De contribuer à l'avancement de la Radiotélégraphie théorique et appliquée, ainsi qu'à celui des Sciences et Industries qui s'y rattachent ;

2° D'établir et d'entretenir entre ses membres des relations suivies et des liens de solidarité.

Les avantages qu'elle offre à ses membres sont les suivants :

1° Service gratuit de la revue mensuelle *l'Onde Electrique;*

2° Réunions mensuelles, avec conférences, discussions et expériences sur tous les sujets d'actualité technique ;

3° Visites de diverses installations radio-électriques : stations d'émission et de réception, postes de navires et d'avions, laboratoires, radiophares, expositions, studios, etc ;

4° Bibliothèque et prêt de livres ou de revues à domicile ;

5° Abonnements circulaires à certaines revues ;

6° Renseignements de tous ordres (joindre un timbre pour la réponse).

COTISATIONS

Elles sont ainsi fixées :

1° Membres titulaires, particuliers ..... 200 fr.
— sociétés ou collectivités ..... 800 fr.

2° Membres titulaires, âgés de moins de vingt-cinq ans, pourront bénéficier d'une réduction de 40 % sur leur cotisation.

Les membres de ces deux catégories, résidant à l'étranger, doivent verser en plus un supplément pour frais postaux.

3° Membres à vie :

Les particuliers, membres titulaires, peuvent racheter leur cotisation annuelle par un versement unique égal à quinze fois le montant de cette cotisation, soit ..... 3.000 fr.

4° Membres donateurs :

Seront inscrits en qualité de donateurs, les membres qui auront fait don à la Société, en plus de leur cotisation, d'une somme égale au moins à ..... 800 fr.

5° Membres bienfaiteurs :

Auront droit au titre de « Bienfaiteurs », les membres qui auront pris l'engagement de verser pendant cinq années consécutives, pour favoriser les études ou publications techniques ou scientifiques de la Société une subvention annuelle d'au moins ..... 1.000 fr.

Adresser la correspondance administrative et technique, et effectuer le versement des cotisations à l'adresse suivante :

SOCIETE DES RADIOELECTRICIENS
14, avenue Pierre-Larousse, Malakoff (Seine)
Tél. : ALESIA 56-30 - Compte de chèques postaux n° 697-38

Les correspondants sont priés de rappeler chaque fois le numéro d'inscription porté sur leur carte.
CHANGEMENTS D'ADRESSE : Joindre 10 francs à toute demande.

FONDATEURS

H. ABRAHAM, Professeur à la Sorbonne.
† A. BLONDEL, Membre de l'Institut.
P. BRENOT, Directeur à la Cie Générale de T. S. F.
J. CORNU, Chef de bataillon du Génie e. r.
† Général FERRIÉ, Membre de l'Institut.
† A. PÉROT, Profeseur à l'Ecole Polytechnique.
J. PARAF, Directeur de la Sté des Forces Motrices de la Vienne.
La Société des Ingénieurs Coloniaux.

BUREAU DE LA SOCIETE

Président :
M. BOUTHILLON, Ingénieur en chef des Télégraphes.

Vice-Présidents :
MM. DELORAINE, des Laboratoires L.M.T.
BESSON, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.
ROCARD, Professeur à la Sorbonne.

Secrétaire général :
M. RIGAL, Ingénieur en chef des P. T. T.

Trésorier :
M. BENOIT, Docteur ès-sciences.

Secrétaires :
MM. LE CALVEZ, Ingénieur à la direction du service de la T. S. F.
VOGE, Ingénieur des P. T. T.
FERRY, Chef du Laboratoire G. M. R.

SOCIÉTÉ DES RADIOÉLECTRICIENS

ANCIENS PRESIDENTS DE LA SOCIETE

MM.

1922 DE BROGLIE, Membre de l'Institut.
1923 BOUSQUET, Président du Conseil d'administration de la Cie Gle de T. S. F.
1924 DE VALBREUZE, Ingénieur.
1925 † POMEY, Inspecteur général des P. T. T.
1926 BRYLINSKI, Ingénieur.
1927 † LALLEMAND, Membre de l'Institut.
1928 MAURAIN, Doyen de la Faculté des Sciences de Paris.
1929 LUMIÈRE, Membre de l'Institut.
1930 BELIN, Ingénieur.
1931 GUTTON, Membre de l'Institut.
1932 Pierre CAILLAUX, Conseiller d'Etat.
1933 BREGUET, Ingénieur.
1934 PICAULT, Directeur du Service de la T. S. F. au Ministère des P. T. T.
1935 MESNY, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité.
1936 JOUAUST, Directeur du Laboratoire Central d'Electricité.
1937 BEDEAU, Agrégé de l'Université, Docteur ès-sciences.
1938 FRANCK, Ingénieur en chef de l'Aéronautique.
1939 † BETHENOD, Membre de l'Institut.
1940 ABRAHAM, Professeur à la Sorbonne.

SECTIONS D'ETUDES

N°	Dénomination	Présidents	Secrétaires
1	Etudes générales.	M. DE MARE.	M. FROMY.
2	Matériel radioélectrique.	M. AUBERT.	M. ADAM.
3	Electro-acoustique.	M. BEDEAU.	M. POINCELOT.
4	Télévision.	M. BARTHÉLÉMY	M. ANGEL.
5	Hyperfréquences.	M. CLAVIER.	M. GOUDET.
6	Electronique.	M. LÉAUTÉ.	M. BRACHET.
7	Documentation.	M. VILLENEUVE.	M. CHARLET.

Les adhésions, pour participation aux travaux des sections, doivent être adressées au Secrétariat de la Société des Radioélectriciens, 10, avenue Pierre-Larousse, à Malakoff (Seine).

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

Samedi 9 mars, à 17 heures,

à la Sorbonne, Amphithéâtre de Physique,

1, rue Victor-Cousin.

ORDRE DU JOUR :

Rapport général ;

Rapport du Trésorier et des Commissaires aux comptes pour l'année 1945 ;

Election d'un Président pour l'année 1947-48 ;
— d'un Vice-Président ;
— d'un Secrétaire ;
— de 8 Membres du Conseil ;
— de 3 Commissaires aux comptes.

COMMUNICATION de M. Gérard LEHMANN,

Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité,
Ingénieur Conseil au Laboratoire Central de Télécommunications

Applications de l'analyse dimensionnelle aux tubes à vide fonctionnant à très haute fréquence.

Etude du cas de la triode.

RÉUNION MENSUELLE

Samedi 16 mars, à 17 heures.

COMMUNICATION de MM. LAMONT et W. E. WICLLSHAW, de la G. E. C.

Mesures en haute fréquence pour longueurs d'ondes décimétriques et centimétriques (1)

La communication sera faite en anglais mais comportera des expériences.

(1) Communication présentée par les auteurs le 7 novembre 1945 devant la Wireless Section of the Institution of Electrical Engineers.

INFORMATIONS

Dans sa séance du 17 juillet 1945, l'Académie des Sciences a décerné le Prix Henri Becquerel à M. Robert WARNECKE, chef de laboratoire à la Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil, pour ses travaux sur les lampes à modulation de vitesse pour ondes ultra-courtes.

Titulaire du prix Ancel de la Société des Electriciens en 1943, M. WARNECKE s'est distingué également par d'autres travaux sur différents sujets de la physique et de la technique des tubes électroniques, et notamment sur l'émission secondaire des métaux, qui ont été remarqués et ont donné lieu à des applications en France et à l'étranger.

Le Comité National de la Recherche Scientifique et la Société des Ingénieurs de l'Automobile organisent une série de conférences intitulées :

JOURNÉES « SCIENCE & TECHNIQUE »

Sous la haute présidence de M. F. JOLIOT-CURIE

PROGRAMME

Premier Cycle

Responsable : M. le Professeur J. PERES.

4 Mars : Problèmes de vibrations : Couplage et fréquences propres.....
11 Mars : Problèmes de vibrations : Auto-oscillation et instabilité de régime .....
18 Mars : Problèmes de vibrations : Acoustique et bruits.....
→ Y. ROCARD.

25 Mars : Problèmes et méthodes modernes d'exécution des calculs scientifiques et techniques .....
1er Avril : Matériel de calcul mécanique récent....
→ L. COUFFIGNAL.

Deuxième Cycle

Responsable : M. le Professeur J. TRILLAT.

8 Avril : La structure de l'atome et la suite naturelle des éléments.....
29 Avril : La mécanique ondulatoire et l'étude des très petites structures.....
→ M. de BROOGLIE

6 Mai : Les différents états de la matière et plus particulièrement l'état solide.....
→ J. WYART.

13 Mai : Structure des métaux et des alliages. L'état métallique et ses propriétés.....
20 Mai : Ordre et désordre dans les métaux et les alliages .....
→ M. MATHIEU.

27 Mai : La diffraction des électrons et ses applications .....
→ J. J. TRILLAT.

3 Juin : Le microscope électronique : Evolution de la technique à l'étranger et récentes applications à la physique industrielle..
→ BOUTRY

1er Juillet : Les états de surface : leurs propriétés, leurs mesures.....
→ J. J. TRILLAT.

Troisième Cycle

17 Juin : Appareils et techniques en physique nucléaire .....
→ P. SAVEL.

24 Juin : Les rayonnements cosmiques et leurs effets nucléaires .....
→ LEPRINCE-RINGUET.

8 Juillet : La fission nucléaire et ses applications..
→ A. BERTHELOT.

Les conférences auront lieu dans la salle de l'Office Professionnel de l'Automobile, 2, rue de Presbourg, les lundis à 20 h. 30. Leur durée est fixée approximativement à une heure un quart, et une discussion libre pourra suivre chacune d'elle.

Une inscription nominative de 200 francs est prévue. Son prix venant en déduction du prix d'achat des conférences.

S'adresser à la Société des Ingénieurs de l'Automobile, 5, Avenue de Friedland, Paris (8e) Elysées 45-04.

LISTE DES NOUVEAUX MEMBRES

MM.	Présentés par MM.
LEFEBVRE-ALBARET (Claude), Ingénieur E.C.A.M. (Laboratoire S.N.C.F.).....	RIGAL.
LEGUBE (Mlle Renée), Etudiante à l'E.C. de T.S.F.	QUINET.
LE GUEN (Jean), Etudiant E.C. de T.S.F.....	QUINET.
LEMAIRE (Roland), Etudiant à l'E.C. de T.S.F...	QUINET.
LEMORT (Louis), Ingénieur.....	COSNARD.
LOEFFLER (Christian), Ingénieur radio-électricien, Laboratoire central de Télécommunications....	FÉDERSPIEL.
LORON, Ingénieur militaire de l'Air.....	PENIN.
LOROT (Lucien), Agent technique radio-électricien.	KIRILOFF.
MARQUIS (Lucien), Ingénieur radioélectricien à la C.F.T.H	BYCK.
MARTIN (Antoine), Contrôleur des I.E.M. des P.T.T. à Bamako.....	LE CALVEZ.
MARTINET (René), Ingénieur au Service technique des Télécommunications de l'Air.....	Lieut.-Col. CAZENAVE.
MAUGARD (Guy), Ingénieur au C.M.E.T.	LE CALVEZ.
MERCIER (Michel), Etudiant.....	MANSION.

(A suivre.)

DÉVELOPPEMENTS RÉCENTS DE LA TECHNIQUE DU MAGNETRON [1]

PAR

G. GOUDET

Chef de la division « Tubes et Hyperfréquences »
du Centre National d'Etudes des Télécommunications

SOMMAIRE

Le magnétron est un des tubes générateurs d'ondes centimétriques qui s'est révélé comme le plus efficace pour produire les puissances élevées exigées par les problèmes de la détection électromagnétique (Radar, radiovision du sol, etc...).

L'article suivant est consacré à l'étude du type de magnétron qui a donné les meilleurs résultats dans cette application : le magnétron à cavités multiples.

Après un bref rappel des propriétés statiques du tube, on étudie successivement :

1° Les propriétés de résonance de la cavité complexe constituant ce magnétron. Si l'anode comporte un nombre pair $2k$ de cavités, il existe k fréquences de résonance distinctes.

Chacune d'elles est caractérisée par le déphasage φ qui existe entre les phénomènes électriques dans deux cavités consécutives. Le mode le plus important est celui pour lequel $\varphi = \pi$

2° La répartition des champs électrique et magnétique dans l'espace annulaire qui sépare la cathode de la paroi interne de l'anode, pour le mode $\varphi = \pi$.

Les équations de Maxwell sont aisément intégrables dans le cas limite d'électrodes planes.

Elles permettent de montrer en particulier :

a) Que les champs décroissent rapidement quand on va de l'anode vers la cathode; cette décroissance est d'autant plus rapide que le rapport distance anode cathode/distance de deux fentes consécutives est plus élevé;

b) Que l'état vibratoire peut être considéré comme résultant de la propagation, parallèlement aux électrodes, d'une double infinité d'ondes dont la vitesse est très inférieure à celle de la lumière dans l'espace libre. Au voisinage de la cathode, deux d'entre elles, de vitesses opposées, sont prépondérantes.

3° Les échanges énergétiques entre les électrons émis par la cathode et le champ de haute fréquence. Si la vitesse moyenne des électrons est égale à la vitesse des ondes précédentes, l'énergie cinétique de certains d'entre eux est soumise, de la part du champ de haute fréquence, à des prélèvements répétés. Ces électrons sont finalement captés par l'anode.

D'autres électrons reçoivent au contraire de l'énergie du champ de haute fréquence. Ils sont rapidement éliminés sur la cathode.

Les premiers jouent un rôle prépondérant dans le bilan énergétique et permettent l'entretien des oscillations.

On cite enfin quelques performances typiques atteintes.

I. — INTRODUCTION

Parmi les problèmes de radio auxquels les années de guerre qui viennent de s'achever ont donné un rôle de premier plan, il faut citer de toute évidence la production et l'utilisation des ondes centimétriques.

Les dispositifs de radiodétection des avions et des navires, les appareils de radiovision du sol, ont conduit à rechercher des tubes à vide générateurs d'ondes de plus en plus courtes et fournissant des puissances de plus en plus élevées.

Au cours de cette recherche, un tube s'est révélé particulièrement efficace, le magnétron.

Depuis l'année 1921, où Hull (2) décrivit pour la première fois ses caractéristiques statiques, le magnétron fut l'objet d'un nombre considérable de publications.

Il est vraisemblable que cet ensemble va bientôt s'accroître substantiellement d'éléments importants théoriques et pratiques relatifs aux travaux récents effectués chez les Alliés.

En attendant, il est cependant utile de faire le point à la lumière des informations dont nous disposons, même partielles.

Leur exposé d'ensemble et leur discussion exigeraient un cadre très vaste. Dans l'exposé ci-dessous, on se bornera donc à examiner un exemple typique, sans doute le plus important : le magnétron à cavités multiples développé surtout en vue d'atteindre en impulsions des puissances de plusieurs dizaines ou centaines de kilowatts sur des longueurs d'ondes de l'ordre de 10 cm ou même inférieures.

II. — CARACTERISTIQUES STATIQUES

1) Généralités.

La compréhension du fonctionnement de cet oscillateur exige tout d'abord un rappel sommaire des propriétés statiques du magnétron :

---

(1) Communication présentée à la réunion du 17 novembre 1945 de la Société des Radioélectriciens.

(2) A. Hull. *Phys. Rev.*, 18, 1921 ; 31 et 23, 1924; 112.

Le magnétron est essentiellement une diode (fig. 1), généralement cylindrique, disposée dans un champ magnétique $\vec{H}_0$ continu et uniforme, parallèle à l'axe $z'z$ du système. L'anode (A) est portée à un potentiel continue (U) positif par rapport à la cathode (C). Elle est éventuellement divisée en plusieurs segments égaux par des fentes égales à bords parallèles à $z'z$.

Un électron de masse m et de charge e, qui se trouve avec la vitesse $\vec{v}$ (fig. 2) au point $\vec{M}$, où le champ électrique est $\vec{E}_0$ est soumis à deux forces : une force électrique $\vec{F}_E = -e\vec{E}_0$ et une force magnétique $\vec{F}_m$ perpendiculaire à la vitesse :

$$\vec{F}_m = -\mu_0 e(\vec{V} \times \vec{H}_0)$$

(μ_0 étant la perméabilité du vide dans le système d'unités utilisé). L'équation du mouvement est donc :

$$(1) \qquad m\frac{d^2\vec{M}}{dt^2} = -\left[\vec{E}_0 + \mu_0(\vec{V} \times \vec{H})\right]$$

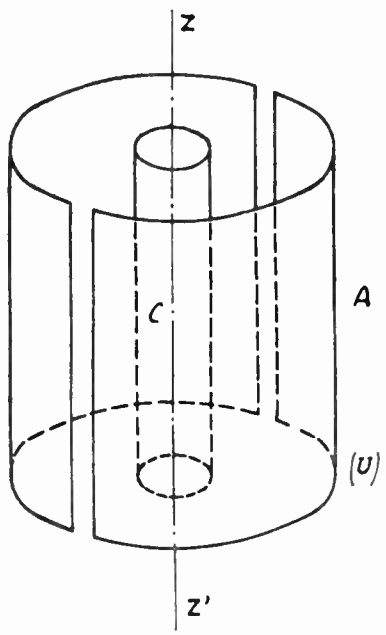


Fig. 1

Si l'électron est abandonné sans vitesse initiale, ou lancé dans un plan de section droite, les forces appliquées demeurent toutes deux dans ce plan. La trajectoire y est donc contenue. Sa détermination analytique est liée à celle de la distribution du champ électrique.

Elle repose donc sur l'intégration simultanée de l'équation précédente, de l'équation de Poisson et de l'équation de conservation de la charge électrique.

Le résultat dépend entre autres choses de l'effet de charge d'espace, lui-même lié aux propriétés émissives de la cathode.

Cependant, une propriété simple et générale, indépendante de l'effet de charge d'espace, peut être déduite de l'équation (1). Les électrons ne peuvent atteindre l'anode pour une tension anodique U donnée que si le champ magnétique H_0 est inférieur à une valeur H_0 dite valeur critique ou de coupure.

Le mécanisme de ce phénomène est aisé à imaginer : Supposons que à U constant nous fas-

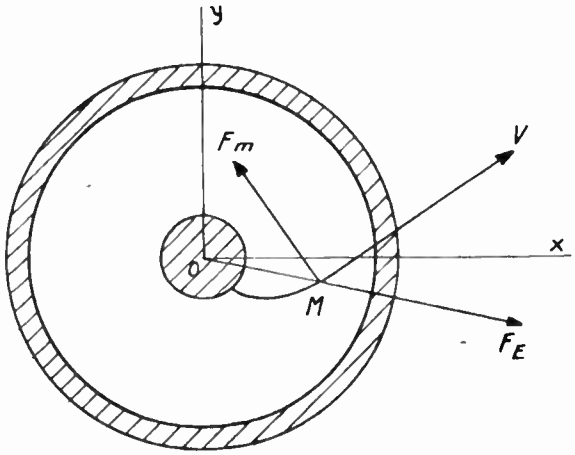


Fig. 2

sions croître le champ magnétique H_0 à partir de o.

La trajectoire d'un électron émis sans vitesse initiale est d'abord un rayon (fig. 3, courbe 1). Sous l'action des forces magnétiques de plus en plus grandes elle s'incurve de plus en plus (courbe 2) jusqu'à devenir tangente à l'anode (courbe 3). On est alors dans les conditions « de coupure ». Pour des valeurs encore plus grandes de H_0 le point où la vitesse est perpendiculaire au rayon se rapproche du centre et l'électron retourne sur la cathode suivant un mouvement symétrique au mouvement d'aller (courbe 4).

La détermination plus précise de la trajectoire est particulièrement aisée, si le rapport des rayons des deux électrodes est assez voisin de 1 pour qu'on puisse négliger la courbure de celles-ci.

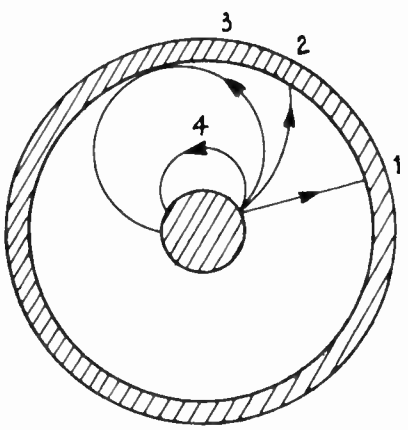


Fig. 3

On est alors ramené à l'étude du mouvement des électrons entre une cathode et une anode planes et parallèles distantes de h en présence d'un champ magnétique uniforme qui leur est parallèle (fig. 4).

La condition de coupure s'exprime alors par :

$$U = \frac{\mu_0^2}{2}\frac{e}{m}h^2 H_c^2 \qquad (2)$$

ou, en unités pratiques :

$$U \text{ volts} = 0{,}0884\, h^2_{cm} H^2_{c\ oersted}$$

Si nous voulons préciser encore, nous devons maintenant faire intervenir les propriétés émissives de la cathode.

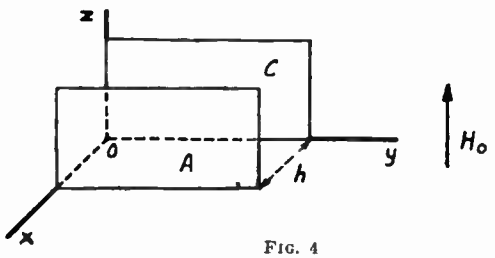


FIG. 4

A) Si l'émission cathodique est assez faible pour qu'on puisse négliger la charge d'espace, le champ électrique E_0 produit par les deux conducteurs plans et parallèles est uniforme. Les équations du mouvement permettent aisément de montrer qu'un électron abandonné sur la cathode sans vitesse initiale décrit une cycloïde, disposée comme l'indique la figure 5.

La vitesse moyenne de déplacement de l'électron parallèlement à la cathode est :

$$v_0 = \frac{E_0}{\mu_0 H_0} \qquad (3)$$

B) Dans le cas d'une cathode à oxydes, on peut admettre au contraire que le courant est limité

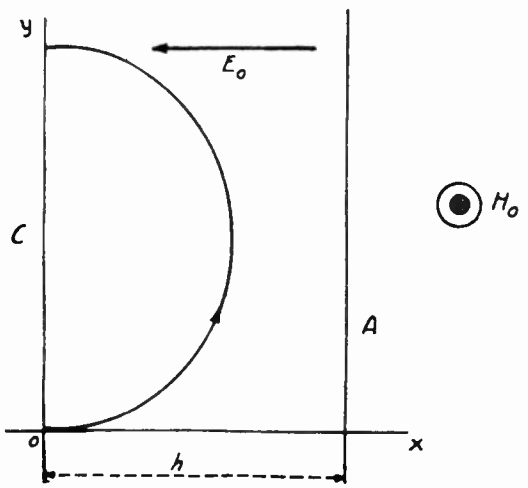


FIG. 5

par la charge d'espace ; le problème peut encore être traité complètement sans difficulté (1).

La trajectoire garde un aspect de cycloïde ; mais la formule (3) doit alors être remplacée par :

$$v_0 = \omega_0 x_0 \qquad (4)$$

ω_0 désigne ici une grandeur proportionnelle au champ magnétique :

$$\omega_0 = \frac{\mu_0}{2}\frac{e}{m}H_0 \qquad (5)$$

et x_0 l'abscisse maximum atteinte par les électrons (dans le cas où ceux-ci n'atteignent pas l'anode) :

$$x_0 = h\left[1 - \sqrt{1 - \frac{H_c^2}{H_0^2}}\right] \qquad (6)$$

Dans les deux cas considérés, l'examen des formules montre que pour un tube donné une augmentation de tension U à H_0 constant et une diminution de H_0 à U constant augmentent U^0.

III. — LE MAGNETRON A CAVITES MULTIPLES

Pour utiliser le magnétron comme auto-oscillateur il faut l'associer à des éléments résonnants dont les oscillations propres seront susceptibles de créer à l'intérieur du tube un champ alternatif.

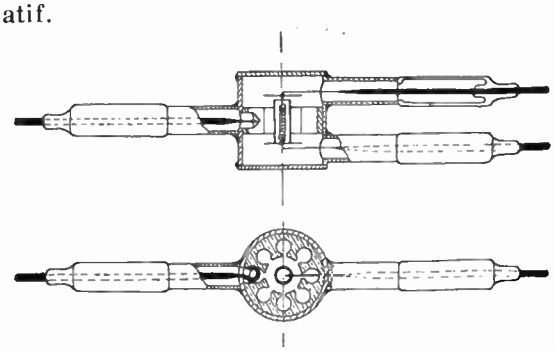


FIG. 6

Dans certaines circonstances, les électrons pourront céder à celui-ci une partie de l'énergie que leur communique la source de tension continue provoquant ainsi l'entretien des oscillations. Dans le magnétron à anode pleine, dépourvu de fentes, la seule possibilité offerte est de connecter un élément résonnant entre les deux électrodes produisant ainsi dans les tubes un champ de haute fréquence radial.

Le montage est effectivement utilisé et peut donner naissance à des oscillations entretenues. Le type de magnétron que nous nous proposons d'examiner est au contraire un magnétron à anode fendue en multiples segments et c'est entre eux que l'on fait apparaître un champ de haute fréquence. Celui-ci est donc sensiblement tangentiel.

En France, des magnétrons de ce type ont été réalisés et décrits en 1938 par MM. Gutton et Berline (2), qui ont obtenu une puissance de 7 watts sur 10 cm avec un magnétron à 12 fentes.

Depuis cette date, le magnétron à anode fendue a été utilisé sous une forme nouvelle qui a accru dans des proportions considérables certaines de ses possibilités.

La figure 6 représente schématiquement une des réalisations modernes de ce tube.

(1) E. B. MOULLIN. Considérations of the effect of space charge on the Magnetron. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1940, 36, 94.

(2) GUTTON et BERLINE. *Bulletin de la S. F. R.*, 1938, n° 2, page 30.

On y observe une anode massive en cuivre dont la surface cylindrique interne est interrompue par huit fentes. Les bords de chacune des fentes sont réunis par la surface intérieure d'une cavité résonnante cylindrique.

La cathode axiale a un grand diamètre. C'est une cathode à oxydes à chauffage indirect.

A gauche, une ligne coaxiale, couplée inductivement à l'une des cavités résonnantes, sert à prélever la puissance haute fréquence.

Un tel magnétron utilisé en impulsions permet par exemple la production d'une puissance de crête de 100 kw sur 10 cm correspondant à une puissance moyenne de 100 watts environ.

Nous ne connaissons pas actuellement une théorie complète et approfondie de son fonctionnement.

Nous allons cependant essayer de le comprendre au moins de façon approchée et à cette fin nous opérerons en deux temps : nous examinerons d'abord les propriétés de résonance de la cavité complexe qui constitue ce magnétron, en l'absence d'émission électronique ; puis utilisant les résultats rappelés antérieurement sur les tra-

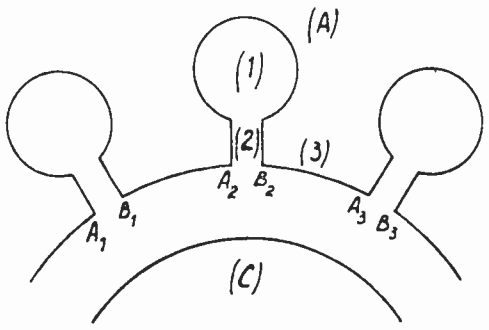


FIG. 7

jectoires électroniques, nous tenterons d'analyser les échanges d'énergie possibles entre les électrons et le champ de haute fréquence produit par les oscillations de la cavité.

2) Oscillations propres de la cavité complexe qui constitue le magnétron.

A) *Généralités.* — Le problème consiste à trouver les longueurs d'onde de résonance de la cavité étudiée et pour chacune d'elles à déterminer la distribution des champs et des courants. Rappelons à propos de ces derniers que, étant données les valeurs élevées des fréquences considérées, la profondeur de pénétration des courants dans le cuivre est de l'ordre de 1 μ. Ceux-ci circulent donc en nappes d'épaisseur négligeable à la surface des conducteurs. De plus, l'amortissement ne jouant pas dans cette partie du problème, un rôle essentiel, nous le négligerons. Nous considérerons donc les métaux constituants comme parfaitement conducteurs. En tout point de l'espace vide infiniment voisin d'une paroi le champ électrique $\vec{E}$ sera donc considéré comme normal à celle-ci.

Dans ces hypothèses, la détermination des longueurs d'onde propres et des champs résulte de l'intégration des équations de Maxwell dans l'espace vide considéré, compte tenu de la condition aux limites précédentes.

Cette méthode, dans laquelle on renonce au langage élémentaire de la théorie des circuits, peut être utilisée avec succès moyennant quelques hypothèses simplificatrices.

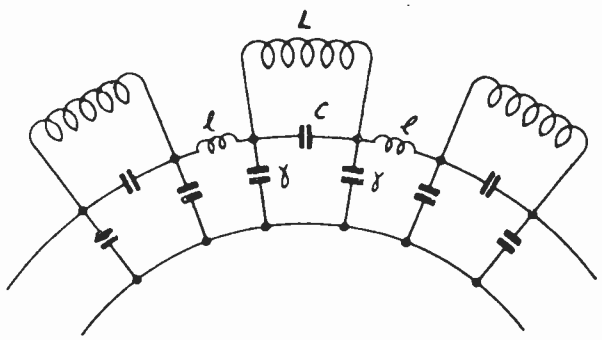


FIG. 8

B) *Circuit équivalent.* — Cependant, pour garder à l'exposé un caractère intuitif, nous ne l'appliquerons pas tout de suite et nous commencerons par quelques considérations approximatives.

Nous négligerons l'effet de bord et considérerons la paroi du magnétron comme appartenant à une paroi cylindrique indéfinie. De plus, nous nous bornerons à rechercher des modes d'oscillation pour lesquels :

1° Il n'y a pas de propagation suivant $z'z$;

2° Le champ magnétique de haute fréquence $\vec{H}$ est parallèle à $z'z$.

Or, le vecteur densité de courant $\vec{i}$ en un point de la paroi, doit être perpendiculaire au champ magnétique au voisinage de ce point. Il est donc contenu dans le plan de section droite. La symétrie des données montre qu'il en est de même du champ électrique.

Nous pouvons alors tenter de nous faire une idée qualitative des phénomènes et remplacer intuitivement chaque tronçon de longueur d'unité

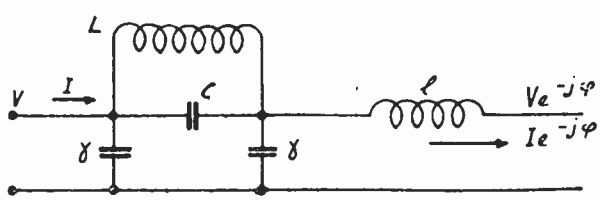


FIG. 9

de la surface cylindrique indéfinie par un circuit à constantes localisées sensiblement équivalent.

Nous assimilerons donc la partie (1) de chaque cavité élémentaire à une self L, la partie (2) à une cavité C en parallèle. De plus, des courants pouvant circuler le long de la paroi (3) établissent un couplage entre deux cavités voisines. Nous représenterons donc chaque segment d'anode par une self l. Enfin, certaines lignes de champ électrique peuvent aller de l'anode à la cathode. Nous traduirons leur présence par des capacités γ (fig. 8).

Donc, nous remplacerons la cavité complexe du magnétron par le circuit de la figure 8. Ainsi conçue la cavité complexe du magnétron apparaît comme la répétition d'un certain nombre de fois la cellule élémentaire suivante (fig. 9) :

Elle constitue une ligne de retard à n éléments fermée sur elle-même. Chaque cellule se trouve ainsi fermée sur son impédance caractéristique, comme si elle appartenait à une ligne indéfinie.

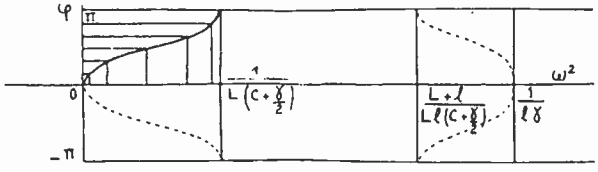


FIG. 10

Or, on sait que dans ces conditions ses propriétés sont les suivantes : il existe un certain nombre de bandes de fréquence, dites bandes passantes, à l'intérieur desquelles la cellule ne confère aucun affaiblissement aux courants et aux tensions. Elle se borne à imposer un déphasage φ entre les éléments d'entrée et ceux de sortie.

Cette valeur dépend naturellement de la pulsation ω des grandeurs considérées.

Il est facile de calculer ici la relation qui existe entre φ et ω.

On trouve ainsi l'équation :

$$(7) \qquad Ll\gamma\left(C+\frac{\gamma}{2}\right)\omega^4 - \left[(L+l)\gamma + LC\,(1-\cos\varphi)\right]\omega^2 + 1 - \cos\varphi = 0$$

Si nous admettons que l et γ sont respectivement bien plus petits que L et C, la courbe représentative de φ en fonction de ω^2 a l'aspect indiqué (fig. 10).

On voit qu'il existe deux bandes passantes dont l'une, celle de gauche, est limitée par une fréquence de l'ordre de grandeur de la fréquence de résonance d'une cavité élémentaire. L'autre bande correspond à des fréquences beaucoup plus élevées et ne nous intéresse pas.

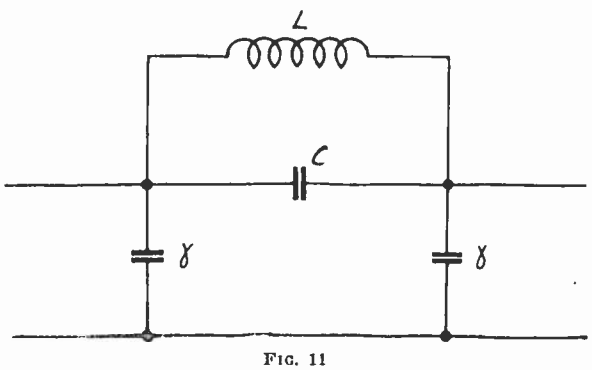


FIG. 11

A une valeur de ω correspondent deux valeurs opposées de φ. Cela traduit la possibilité de faire propager dans la ligne de retard deux ondes de même fréquence, en sens inverse.

Il nous est maintenant possible de calculer les fréquences propres de notre ligne annulaire : cette ligne est telle que lorsqu'on a parcouru n cellules on se retrouve au point de départ. Le déphasage $n\varphi$ apporté par l'ensemble des cellules est donc égal à un multiple de 2π.

D'où : $$\varphi = \frac{2p\pi}{n}$$

Cette condition définit une suite discontinue de points sur l'axe des φ. A chacun d'eux correspond une pulsation propre ω. Généralement on utilise un nombre pair $n = 2k$ de cellules.

Alors : $$\varphi = \frac{p\pi}{k}$$

A cette suite de valeurs de φ correspondent k pulsations propres distinctes (et différentes de 0) (fig. 10).

Une anode à $2k$ segments possède donc k résonances distinctes. Examinons plus particulièrement la résonance correspondant à $p = k$.

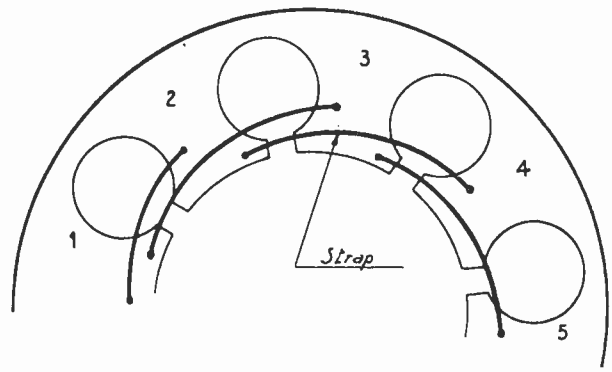


FIG. 12

La différence de phase entre deux cellules consécutives est π. La période est

$$T = 2\pi\sqrt{L\left(C+\frac{\gamma}{2}\right)}$$

C'est manifestement, dans le circuit équivalent, la période de résonance de circuit ci-dessous (fig. 11). Ce mode de résonance qui est le plus habituellement employé est appelé le mode « π ».

En réalité, notre schéma est un peu trop simplifié. En particulier, les circuits L C sont couplés entre eux non seulement par l'espace annulaire qui sépare la cathode de l'anode, mais par suite de l'effet de bout ; il existe entre deux selfs L consécutives un coefficient d'induction mutuelle M, négatif.

Il est facile de montrer que l'existence de ce couplage conduit pour chaque valeur de φ à remplacer L par

$$L' = L + 2M\cos\varphi$$

Les résultats essentiels obtenus ne sont pas modifiés. Expérimentalement on trouve en effet k fréquences propres. Comme l'indique la courbe de la figure 10, ces fréquences sont très tassées les unes sur les autres au voisinage du mode « π » qui correspond à la plus élevée d'entre elles.

Par exemple, un magnétron à 8 cavités dont la résonance « π » est sur 9 cm, possède une résonance voisine sur 9,1 cm. Ceci est un inconvénient dans le fonctionnement du magnétron, car il peut

en résulter une instabilité par passage d'un mode d'oscillation au mode voisin.

Or, sur le schéma simplifié, on voit immédiatement un moyen d'éliminer tous les modes d'oscillations à l'exception du mode « π ». Il suffit de réunir par un fil de court-circuit les points tels que A_1 A_3 A_5 ... d'une part, et par un autre fil les points tels que A_2 A_4 ... d'autre part.

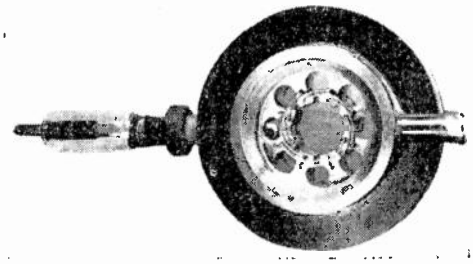


FIG. 13

Ce mode de connection impose un déphasage de 2π pour tout ensemble de deux cellules consécutives et par conséquent, les cellules étant identiques, un déphasage de π par cellule.

On applique effectivement cette mesure ainsi que l'indique la figure schématique 12, et la photographie de la figure 13.

Chacun des fils de liaison est appelé « strap ». Le « strapping » est pratiqué généralement aux deux extrémités de la cavité.

En réalité, son effet n'est pas aussi radical que l'indique notre théorie simplifiée, car les fils de connections ne se comportent pas comme des courts-circuits aux fréquences considérées.

On aura une idée plus exacte du fonctionnement en considérant que chaque strap constitue avec la paroi de la cavité une boucle de couplage selfique (fig. 14) qui augmente le coefficient de

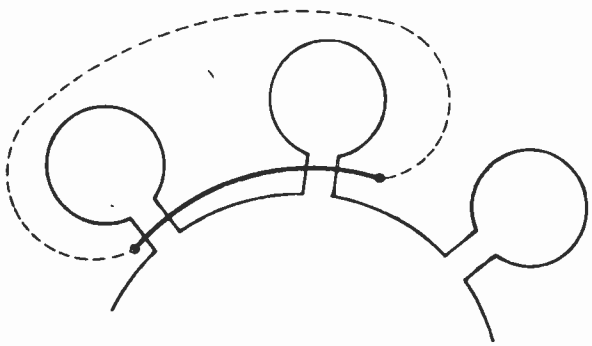


FIG. 14

couplage entre deux selfs voisines L.

Pour le mode π ces boucles traversées à chaque instant par des flux opposés ne sont le siège d'aucun courant, et ne provoquent aucune modification du fonctionnement.

Pour les autres modes, le courant qui les traverse amène une diminution apparente de la self L. Il est facile de montrer que cet effet est traduit par la formule

$$L' = L[1 - 2k(1 + \cos\varphi)]$$

L' étant la valeur apparente prise par L et k le coefficient de couplage de la self L et de chaque boucle de couplage. Si ce coefficient a une valeur assez élevée, la diminution apparente de L est suffisante pour rendre les longueurs d'onde des divers modes d'oscillations inférieures à celle du mode « π » qui n'est pas changée et à les éloigner notablement de celle-ci. Ajoutons enfin que, d'autre part les straps augmentent les capacités en parallèle avec chacune des cavités élémentaires, provoquant ainsi une augmentation générale des longueurs d'onde. Cet effet peut être important et faire passer par exemple la longueur d'onde du mode « π » de 6 à 9 cm. La longueur d'onde la plus voisine sera par exemple portée à 8 cm.

C) *Détermination des champs dans la région annulaire qui sépare la cathode de l'anode.* — Les considérations précédentes ne nous fournissent aucun renseignement sur la distribution du champ électrique dans l'espace annulaire compris entre la cathode et l'anode. Or, cette connaissance nous est indispensable pour déterminer les échanges d'énergie entre ce champ et les électrons émis.

Pour simplifier cette partie nous négligerons la courbure des électrodes, que nous assimilerons

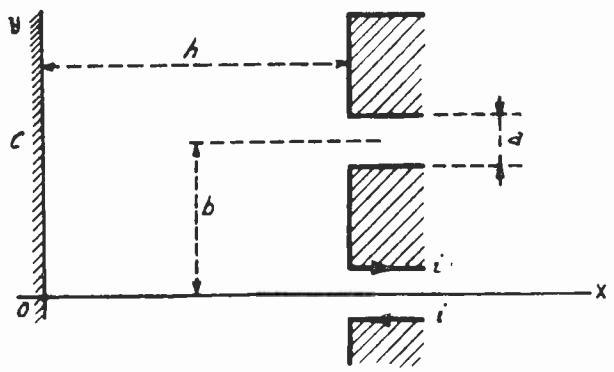


FIG. 15

encore à deux plans parallèles et nous profiterons des résultats qui viennent d'être établis pour limiter le problème à l'étude du mode « π ». Dans ces conditions, nous pouvons poser le problème de la façon suivante : Dans un magnétron plan (fig. 15), l'anode est percée de fentes équidistantes de largeur a, distantes de b. Dans chacune de ces fentes, on applique un champ électrique de pulsation ω et dont la composante en Oy a pour amplitude E_1 que nous supposerons constante sur le segment qui joint les deux bords de chaque fente.

De plus, les champs dans deux fentes consécutives sont en opposition de phase. Les conditions de symétrie du problème permettent de dire immédiatement que le champ électrique $\vec{E}$ est en tout point situé dans un plan de section droite et que le champ magnétique $\vec{H}$ est perpendiculaire à ce plan.

Les composantes de ces champs ont donc pour amplitude complexes respectives sur les axes de la figure 15.

Ex, Ey O et O, O, H

L'équation vectorielle

$$\square \vec{H} = 0$$

se réduit donc ici à :

$$\square H = 0$$

$$(8) \qquad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} H = 0$$

c étant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

$\vec{H}$ étant déterminé, on en déduira $\vec{E}$ par la relation de Maxwell :

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H}$$

(ε_0 étant le pouvoir inducteur spécifique du vide dans le système d'unités utilisé).

Cette relation se réduit ici à :

$$(9) \qquad \begin{cases} E x = \dfrac{1}{\varepsilon_0 j \omega} \dfrac{\partial H}{\partial y} \\ E y = \dfrac{-1}{\varepsilon_0 j \omega} \dfrac{\partial H}{\partial x} \end{cases}$$

Suivant une méthode bien connue nous chercherons des intégrales de l'équation en H en posant :

$$H = f(x) . g(y)$$

Cette méthode conduit immédiatement à des intégrales du type :

$$(10) \qquad \begin{cases} H = e^{\pm j \alpha y} \left[A \operatorname{ch} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x + B \operatorname{sh} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \right] \\ E x = \pm \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0 \omega} e^{\pm j \alpha y} \left[A \operatorname{ch} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x + B \operatorname{sh} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \right] \\ E y = \dfrac{j}{\varepsilon_0 \omega} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} e^{\pm j \alpha y} \left[A \operatorname{sh} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x + B \operatorname{ch} \sqrt{\alpha^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \right] \end{cases}$$

A, B et α étant des constantes arbitraires réelles ou complexes. $\alpha = \dfrac{\omega}{c}$ fournit des ondes planes qui se propagent parallèlement à Oy avec la vitesse c.

α réel et supérieur à $\dfrac{\omega}{c}$ fournit des ondes qui se propagent parallèlement à Oy avec une vitesse inférieure à c et qui sont amorties en x.

L'étude préliminaire de la ligne de retard dans laquelle s'effectuait précisément une propagation parallèlement aux électrodes avec une vitesse inférieure à c nous laisse penser que de telles ondes doivent être intéressantes pour le problème posé.

Il nous reste à voir maintenant si grâce à une superposition d'ondes du type (10) il est possible de satisfaire aux conditions aux limites :

D'abord, sur la cathode on doit avoir

$$Ey = 0$$

Ce résultat sera obtenu si l'on prend pour chaque onde

$$B = 0$$

De plus, si nous associons les deux ondes correspondant à des valeurs opposées de α et si nous superposons un nombre quelconque d'ondes stationnaires du type obtenu nous obtenons une solution de la forme :

$$(11) \qquad \begin{cases} H = \sum_p Hp \cos \alpha_p y \operatorname{ch} \sqrt{\alpha_p^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \\ E x = \sum_p \dfrac{j \alpha_p}{\varepsilon_0 \omega} Hp \sin \alpha_p y \operatorname{ch} \sqrt{\alpha_p^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \\ E y = \sum_p \dfrac{j \sqrt{\alpha_p^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}}}{\varepsilon_0 \omega} Hp \cos \alpha_p y \operatorname{sh} \sqrt{\alpha_p^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}} x \end{cases}$$

Cette solution est assez générale pour nous permettre de satisfaire la condition aux limites imposée sur l'anode. Celle-ci est en effet la suivante :

Pour $x = h$ la composante Ey doit avoir une amplitude complexe représentée en fonction de y par la courbe de la figure 16.

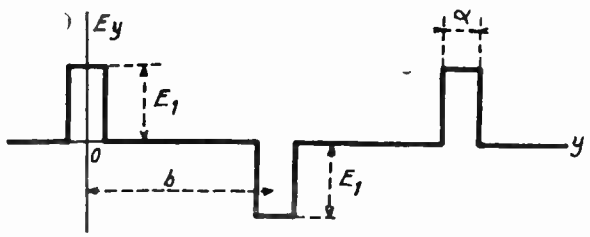


FIG. 16

C'est une courbe périodique en y dont le développement en série de Fourier est :

$$(12) \qquad Ey = \frac{4 E_1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\sin (2q-1) \dfrac{\pi a}{2b}}{2q-1} \cos (2q-1) \frac{2 \pi y}{2b}$$

La condition imposée sur l'anode sera satisfaite par identification du développement (12) et de la formule (11) donnant Ey, appliquée pour $x = h$.

On obtient ainsi :

$$(13) \qquad \begin{aligned} p &= 2q-1 \\ \alpha_p &= \frac{2q-1}{b} \end{aligned}$$

$$(14) \qquad \frac{j \sqrt{\alpha_p^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}}}{\varepsilon_0 \omega} Hp \operatorname{sh} \sqrt{\alpha_p^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} h = \frac{4 E_1}{\pi} \frac{\sin (2q-1) \dfrac{\pi a}{2b}}{2q-1}$$

ce qui détermine entièrement les champs.

***

La plus petite valeur de α_p est $\alpha_1 = \frac{\pi}{b}$. D'autre part, $\frac{\omega}{c}$ est égal $\frac{2\pi}{\lambda}$

Or, dans les magnétrons b est toujours beaucoup plus petit que λ. Par exemple b ne dépassera pas 1 cm pour $\lambda = 10$ cm. Nous négligerons donc $\frac{\omega^2}{c^2}$ vis-à-vis de α_p^2

Nous déduisons alors de (14) :

$$(15) \qquad H\frac{2q-1}{E_1} = -\frac{4j\varepsilon_0\omega b}{\pi^2(2q-1)^2}\frac{\sin(2q-1)\frac{\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}(2q-1)\frac{\pi h}{b}}$$

Nous écrivons donc finalement les développements des champs :

$$(16)\quad \begin{cases} H = \dfrac{-4j\varepsilon_0\omega b}{\pi^2}E_1\sum_{q=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2q-1)\frac{\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}(2q-1)\frac{\pi h}{b}}\dfrac{\cos(2q-1)\frac{\pi y}{b}\operatorname{ch}(2q-1)\frac{\pi x}{b}}{(2q-1)^2} \\ E_x = \dfrac{4E_1}{\pi}\sum_{q=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2q-1)\frac{\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}(2q-1)\frac{\pi h}{b}}\dfrac{\sin(2q-1)\frac{\pi y}{b}\operatorname{ch}(2q-1)\frac{\pi x}{b}}{2q-1} \\ E_y = \dfrac{4E_1}{\pi}\sum_{q=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2q-1)\frac{\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}(2q-1)\frac{\pi h}{b}}\dfrac{\cos(2q-1)\frac{\pi y}{b}\operatorname{sh}(2q-1)\frac{\pi x}{b}}{2q-1} \end{cases}$$

Les champs apparaissent comme la somme d'un nombre infini d'ondes élémentaires, correspondant aux diverses valeurs de q.

Les amplitudes de ces ondes sont des fonctions rapidement croissantes de x ; cela résulte de la présence des termes sh kx et ch kx.

En d'autres termes, ces amplitudes décroissent rapidement quand on s'éloigne des fentes en allant vers la cathode.

Cette décroissance dépend du facteur $\frac{x}{b}$.

Cette remarque montre l'importance du rapport $\frac{h}{b}$ qui agit de façon déterminante sur la pénétration plus ou moins grande des champs au voisinage de la cathode.

D'autre part, la décroissance d'une onde, quand on s'éloigne de l'anode est d'autant plus grande que le rang qui lui correspond est plus élevé, puisque l'argument des fonctions hyperboliques est $(2q-1)\pi\frac{x}{b}$

Il est alors facile de voir que, si h est voisin de b le premier terme de chaque Σ est nettement prépondérant au voisinage de la cathode.

Dans cette région règnent donc des champs qui dépendent de y par les facteurs

$$\cos\frac{\pi y}{b} \qquad \text{et} \qquad \sin\frac{\pi y}{b}$$

Ils constituent une onde stationnaire de période spatiale 2 b. Elle peut être considérée comme la somme de deux ondes progressives de longueur d'onde 2 b. Si nous désignons par λ la longueur d'onde, qui dans l'espace libre correspond à la pulsation ω, les deux ondes considérées ont donc pour vitesse de phase :

$$V = \frac{2b}{\lambda}c$$

très inférieure à c.

Nous trouvons là un résultat que la comparaison avec la ligne de retard pouvait faire prévoir qualitativement.

Les formules des champs permettent de calculer les courants. On peut ainsi obtenir l'impédance d'entrée, par unité de longueur de chaque fente de l'anode.

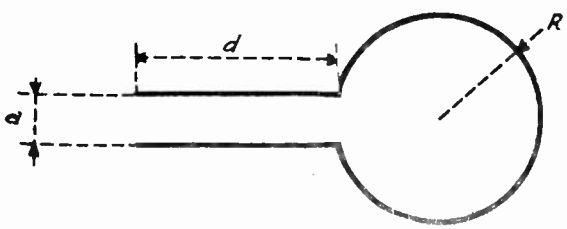


FIG. 17

On constate ainsi que celles-ci se comportent par unité de longueur comme une capacité I' calculable en fonction des données géométriques :

$$(17) \qquad I' = \frac{\varepsilon_0 b}{2\pi^3 a}\sum_{q=1}^{\infty}\frac{\sin(2q-1)\pi\frac{a}{b}}{(2q-1)^2}\coth(2q-1)\frac{\pi h}{b}$$

Ceci permet de prévoir la période d'oscillations du magnétron lorsque ces fentes sont associées à des circuits résonnants L, C. La période est alors

$$T = 2\pi\sqrt{L(C+I')}$$

Si le circuit L C est en réalité constitué par la cavité cylindrique de la figure 17 :
on obtient sans peine, par unité de longueur :

$$(19) \qquad C = \frac{\varepsilon_0 d}{4\pi a}$$

$$(18) \qquad L = 4\mu_0\pi^2 R^2$$

Ces formules achèvent de résoudre l'étude des oscillations propres de la cavité complexe du magnétron.

Dans l'expression (17) de I' on voit que si h

est de l'ordre de b ou plus grand, le facteur $\coth (2q - 1)\,\pi\,\frac{h}{b}$ peut être confondu avec l'unité. I' est alors indépendant de h. Il en est de même de la période. Expérimentalement, on constate que l'on peut même retirer la cathode d'un magnétron sans modifier sa période de plus que quelques millièmes.

2) Echanges énergiques entre les électrons et le champ de haute fréquence.

Nous étendrons les résultats précédents au magnétron cylindrique et retiendrons en particulier que, dans le mode d'oscillation « π » il règne au voisinage de chaque fente, un champ

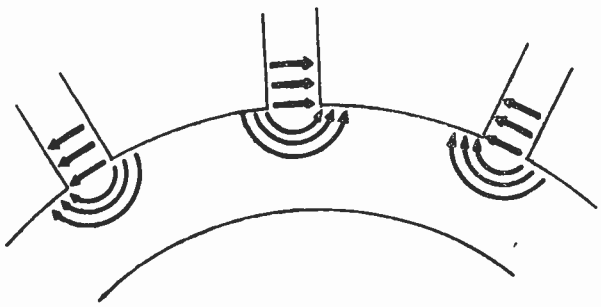


FIG. 18

tangentiel qui décroît rapidement quand on s'éloigne de la fente (fig. 18). Au voisinage de la cathode, le champ électrique résulte de la superposition de deux ondes progressives qui se déplacent avec la vitesse :

$$V = \frac{2b}{\lambda} c$$

Supposons maintenant que nous ayons réglé la tension anodique à une valeur notablement inférieure à la valeur critique. Nous avons vu que sous l'influence des champs continus, l'électron décrit alors une sorte de cycloïde et que sa vitesse moyenne parallèlement à la cathode peut être réglée, une augmentation de U provoquant son accroissement, une augmentation de H_0 sa diminution.

Choisissons précisément les paramètres de façon telle que la vitesse électronique soit égale à la vitesse des ondes précédentes. Cela revient à dire que pendant 1/2 période d'oscillations, l'électron parcourt la distance b qui sépare deux fentes consécutives.

Alors, l'onde progressive qui chemine dans le même sens qu'un électron et avec la même vitesse que lui exercera sur lui un effet prépondérant, le champ électrique qu'elle produit au point où se trouve l'électron considéré ayant une phase presque constante. Pour toutes les autres ondes au contraire, il se produira un effet de moyenne, le champ électrique étant dirigé tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

On peut dire en quelque sorte, que l'électron est « accroché » sur l'une des ondes à la manière du rotor d'un moteur synchrone monophasé qui est accroché sur l'une des composantes tournantes du champ.

Parmi les deux composantes du champ qui suit ainsi l'électron, la composante radiale a pour effet principal, de modifier le champ électrique continu appliqué.

Le rôle important est joué par la composante tangentielle Ey. Celle-ci est capable de modifier la composante tangentielle v_y de la vitesse électronique. Pour analyser les conséquences d'une telle variation, revenons à l'équation vectorielle (1) du mouvement :

Projetée sur Ox elle fournit :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -e\,[E_0 + \mu_0 H_0 v_y]$$

Cette équation montre que l'influence du champ magnétique sur le mouvement radial se traduit par une force de rappel vers la cathode, proportionnelle à la vitesse tangentielle v_y Toute diminution de la vitesse v_y aura donc pour effet de diminuer cette force de rappel et par conséquent de provoquer un déplacement de la trajectoire électronique vers l'anode.

C'est précisément ce qui se produit pour un électron émis au moment où la composante Ey est retardatrice.

Au cours de son mouvement cet électron sera en moyenne freiné par cette composante et sera progressivement entraîné vers la région anodique, c'est-à-dire vers les champs électriques intenses (fig. 19).

D'autre part, les développements en série que nous avons donnés pour les champs montrent que toutes les ondes constituantes sont en phase au niveau des fentes.

L'électron considéré passera donc devant les fentes au moment où le champ produit par toutes les composantes sera retardateur ; il subira alors un prélèvement d'énergie important.

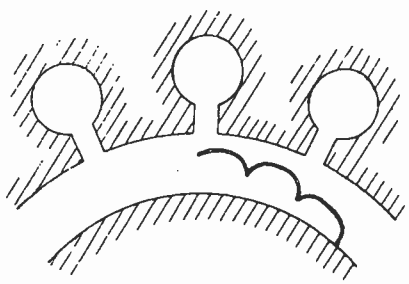


FIG. 19

Si celui-ci est suffisant, l'électron sera capté par l'anode qu'il atteindra avec une énergie cinétique T inférieure à l'énergie eU qui lui a été communiquée par le champ continu. La différence $W = eU - T$ représente l'énergie cédée par l'électron au champ de haute fréquence.

Au point de vue du bilan énergétique, cet électron est favorable. Si au contraire l'effet de freinage est faible, l'électron mettra sensiblement 1/2 période pour aller dans la région de la fente suivante. Comme les champs dans deux fentes consécutives sont en opposition de phase, l'élec-

tron trouvera donc là encore un champ retardateur. Le mécanisme de prélèvement énergétique peut ainsi se reproduire un très grand nombre de fois jusqu'à ce que l'électron soit finalement capté par l'anode. Le rôle joué par cet électron est encore favorable.

Examinons maintenant le cas d'un électron émis par la cathode au moment où la composante E_y est accélératrice. Pour lui, la vitesse v_y va être augmentée et sa trajectoire va en moyenne s'éloigner de l'anode.

Il sera donc éliminé sur la cathode comme l'indique la figure 20.

En retombant sur la cathode cet électron restitue sous forme de chaleur l'énergie cinétique que lui a communiquée le champ de haute fréquence. C'est un électron défavorable. Cependant, il est clair que seuls les électrons favorables qui sont entraînés dans des régions de champ intense et soumis à des actions répétées donnent lieu à des échanges énergétiques importants avec le champ de haute fréquence. Ce sont eux qui ont donc un effet prédominant. Ils permettent l'entretien des oscillations.

Expérimentalement, on constate en effet que celles-ci peuvent être obtenues dans les hypothèses que nous avons faites au cours de l'exposé :

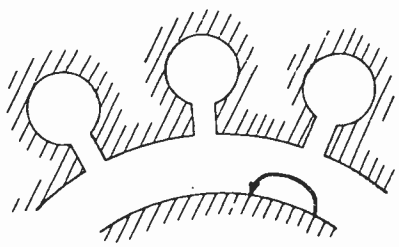


FIG. 20

tension anodique nettement inférieure à la tension critique et choisie de manière telle que la vitesse moyenne des électrons soit égale à $\frac{2b}{\lambda}c$

D'après ce qu'on a vu plus haut, cette condition s'exprime par $\omega_0 x_0 = \frac{2b}{\lambda}c$, x_0 étant la flèche de l'arc de trajectoire électronique. On en déduit immédiatement :

$$\lambda_{cm}\, H_{0\ oersted} = 6\,800\,\frac{b}{x_0}$$

D'où :

$$\lambda_{cm}\, H_{0\ oersted} \geqslant 6\,800\,\frac{b}{h}$$

Cette formule introduit encore le rapport $\frac{h}{b}$ de la distance anode-cathode à la distance de deux fentes consécutives. Or, expérimentalement, ce rapport se révèle important et doit être choisi de l'ordre de 1. On comprend aisément l'existence d'un tel optimum : si h/b est trop grand le champ de haute fréquence ne pénètre pas suffisamment près de la cathode et ne permet pas la déviation des trajectoires électroniques ; s'il est trop petit la présence de la cathode trop près des fentes produit un effet de capacité indésirable qui provoque une diminution de la composante tangentielle du champ dans les fentes, car de plus nombreuses lignes de champ tendent alors à aller directement de l'anode à la cathode.

En résumé, on choisira donc h voisin de b ; on utilisera un champ magnétique H_0 satisfaisant à

$$\lambda_{cm}\, H_{oersted} \geqslant 6.800$$

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'ajuster soigneusement la valeur de H_0. Quoique une variation de celui-ci agisse sur la vitesse moyenne des électrons, elle peut en effet être compensée par une variation correspondante de U. Ceci permet d'employer pratiquement pour produire le champ magnétique des aimants permanents.

Citons pour terminer quelques performances obtenues avec ce type de magnétrons :

Un modèle anglais qui équipe les dispositifs de radiovision du sol répond sensiblement aux caractéristiques suivantes :

λ = 9 cm.
$U_{crête}$ = 15 kv.
$I_{crête}$ = 20 A.
$W_{crête}$ = 80 à 100 kw.
8 cavités.
Impulsion de 1 μ s.
Fréquence de répétition : 600 Cs.
H_0 = 1.700 œrsted.
Rendement : 30 % environ.

Un magnétron allemand a permis d'obtenir une puissance de crête de 8 kw sur une longueur d'onde de 1,75 cm.

Il est d'ailleurs vraisemblablement l'imitation d'un modèle anglais de caractéristiques encore meilleures.

En régime continu, un magnétron russe fournit 116 w sur 9 cm, avec un rendement de 22 %.

Si l'on cherche à résumer en quelques mots les traits caractéristiques du magnétron qui ont rendu possibles ces performances, on pourra dire :

1° Le rendement élevé du magnétron est dû à trois causes principales : *a*) Le magnétron que nous venons d'étudier est un oscillateur de la « classe « C », c'est-à-dire qui ne dépense de puissance que dans la mesure où il oscille. Ceci résulte du fait que le champ magnétique est supérieur au champ critique ; *b*) Les circuits résonnants utilisés sont des cavités oscillantes de haute qualité ; *c*) Le prélèvement de l'énergie cinétique d'un électron est opéré de façon répétée.

2° La grande puissance de haute fréquence obtenue résulte du rendement élevé joint à la possibilité de produire et de dissiper une importante puissance continue.

La produire : par suite des grandes dimensions de la cathode qui permettent des valeurs élevées du courant cathodique.

La dissiper : par suite de la remarquable simplicité du tube qui ne comporte aucune grille et par suite des dimensions et de la nature de l'anode qui permettent une dissipation calorifique considérable.

Enfin, pour apprécier à leur juste valeur ces performances, il convient de se rappeler un résultat simple, déduit de considérations de similitude dans les tubes à vide.

Pour des tubes semblables dans lesquels l'émission électronique est limitée par la charge d'espace, si le facteur limitatif de puissance est la dissipation calorifique par unité de surface la puissance maximum qu'on peut obtenir est proportionnelle à la puissance 10/3 de la longueur d'onde.

Il en résulte par exemple que la puissance peut être multipliée par 300 environ quand on passe de 9 à 50 cm.

Les 116 watts annoncés sur 9 cm correspondent donc sur 50 cm à environ 40 kw.

IV. — CONCLUSION

Les résultats qui viennent d'être indiqués montrent la valeur du travail accompli sur des magnétrons et l'intérêt de ces tubes pour la production d'ondes centimétriques avec des puissances élevées.

Il ne faudrait pas cependant en conclure qu'ils possèdent toutes les qualités et répondent à toutes les exigences. Pour certaines applications où l'on recherche par exemple avant tout la stabilité de fréquence ou la linéarité de caractéristique de modulation, d'autres tubes peuvent être préférés.

Pour les magnétrons mêmes que nous venons de décrire, des perfectionnements peuvent également être souhaités : prolongation de la durée de fonctionnement, possibilité d'une variation commode de longueur d'onde.

Le champ reste donc toujours ouvert aux chercheurs qui, dans ce domaine, voudront apporter une contribution nouvelle.

CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UN STANDARD VIDEO [1]

PAR

Y. ANGEL

Ingénieur à la Radiodiffusion Française.

SOMMAIRE

La bande de fréquences nécessaire pour transmettre une image de Télévision dépend de sa finesse et de son mode d'analyse.

Définir la qualité minima qu'une telle image doit avoir en vue de ses diverses applications et partant de là, le nombre de ses lignes ainsi que les caractéristiques électriques de la chaîne de transmission, tel est le but que l'auteur s'est proposé en entreprenant cette étude. Le lecteur trouvera également une analyse sommaire des effets subjectifs obtenus lorsqu'on emploie différents modes de balayage (entrelacements d'ordres 1, 2, 3 et 4).

LE NOUVEAU STANDARD

Les progrès récents de la technique de la télévision ont permis de réaliser des équipements donnant des images dont la finesse est tout à fait satisfaisante pour l'œil. Il est même devenu possible d'obtenir des images plus fines qu'il n'est nécessaire. Le temps est révolu où les nombres de lignes adoptés par les différents systèmes successifs représentaient chaque fois le maximum des possibilités du moment.

A l'heure actuelle la télévision va passer dans le domaine de l'exploitation en grand, ce qui exige la construction d'un matériel important tant à l'émission qu'à la réception. Ce matériel devra être avant tout homogène. Il importe, dès maintenant, de définir un standard tel que des équipements d'origines différentes puissent fonctionner en liaison les uns avec les autres.

Cette normalisation portera sur les éléments déterminant le signal vidéo-sonore, ainsi que sur le mode de transmission de celui-ci, tandis que les moyens de réaliser un tel signal pourront rester à la discrétion de chacun.

Le premier pas vers cette normalisation consiste à déterminer la définition optimum d'une image de télévision : tel est le but de cette étude.

Il est notoire que les images télévisées actuelles, analysées aux environs de 450 ou 500 lignes, pour « commerciales » qu'elles soient, ne présentent pas une finesse suffisante pour satisfaire à tous les désirs et qu'il faut rechercher une définition plus élevée, aussi élevée que possible. A l'heure actuelle ce n'est plus la réalisation technique qui nous arrête dans cette voie, mais les considérations de *bande passante* et de *prix de revient* (notamment du récepteur).

Ces deux grandeurs croissant avec la finesse de l'image, il faudra choisir une définition *juste suffisante* pour les applications qu'on se propose de l'image télévisée. Ces applications sont de deux sortes :

La réception d'appartement ;

La projection devant un public nombreux.

La première se fait le plus souvent au moyen d'un tube de réception donnant une image d'environ 18 × 24 cm, brillante à 60 Asb. (2). D'aucuns trouvent cette image trop petite, quoiqu'elle puisse, à notre avis, satisfaire 8 ou 10 spectateurs simultanément, ce qui est suffisant pour les spectacles familiaux. Les avantages d'une image agrandie seraient minces vis-à-vis des augmentations de prix, de poids, d'encombrement du récepteur, de recul entre l'écran et les spectateurs, ces deux dernières étant à elles seules prohibitives vu l'exiguité des appartements urbains actuels.

Une image 18 × 24 cm, analysée à 450 lignes, avec entrelacement d'ordre 2 nécessite, pour rendre invisible la structure de l'image, un recul d'environ 1 m. 50 entre l'écran et le spectateur. Il serait intéressant de ramener cette distance à un mètre, ce qui reviendrait à multiplier le nombre des lignes par 1,5 et conduirait à fixer le nouveau standard aux environs de 700 lignes.

Au contraire, si l'on envisage le problème de la projection télévisuelle sur un grand écran, devant de nombreux spectateurs, il faut tenir compte des places avancées de la salle que, commercialement, on ne peut laisser inoccupées. Ainsi, comme l'avait déjà remarqué Schröter en 1938 (3) l'aire dans laquelle les spectateurs du grand écran peuvent se placer n'est pas une simple homothétie de l'aire correspondante du petit écran ; et une remarque analogue est formulée dans un docu-

---

(1) Développement de la communication faite devant les membres de la 4e section de la Société des Radioélectriciens le 11 juillet 1945.

(2) L'*Apostilb* (Asb) : Brillance d'un écran blanc diffusant, éclairé par 1 lux. 1 Apostilb vaut $\frac{10^{-4}}{\pi}$ stilb, soit 10^{-4} lambert.

(3) F. Schröter. — L' « Image de Télévision ». *Hausmitteilungen der Telefunken Gesellschaft*, sept. 1938.

ment britannique récent (1). On doit tenir compte de ce que le cinéma a donné certaines habitudes au public, il faut donc se rapprocher des conditions d'observation de l'écran cinématographique, sur lequel le manque de finesse de l'image ne commence à apparaître que pour des distances d'observation inférieures à 2,5 fois la diagonale de l'image projetée.

Considérant que la projection sur grand écran permet à la télévision de contribuer à l'exploitation des salles de cinéma, donc constitue pour elle une source de revenus considérable, nous rechercherons un standard correspondant à la projection sur grand écran, c'est-à-dire donnant une image visible dans de bonnes conditions à une distance égale à 2,5 fois sa diagonale.

Il serait, par ailleurs, inutile de rechercher une finesse plus grande, car le spectateur, pour en profiter, devrait regarder une image d'un diamètre apparent tel qu'il ne lui serait plus possible de l'embrasser du regard, dans sa totalité (2).

LA DEFINITION D'UNE IMAGE TELEVISUELLE

Indépendamment de la définition — c'est-à-dire de la finesse des plus petits détails reproduits — de nombreux éléments caractérisent la qualité d'une image télévisuelle, par exemple :

l'absence de trainage ;
l'absence de taches, de ronflement, de bruit de fond ;
l'absence de distorsions géométriques ;
l'intervalle des brillances reproduites ;
la fidélité des demi-teintes ;
la qualité de l'entrelacement éventuel ;
la stabilité de la synchronisation, etc...

On supposera ici l'image parfaite à ces points de vue, afin de raisonner sur les seuls défauts inhérents au mode d'analyse de la télévision, les seuls en rapport direct avec le nombre de lignes et les caractéristiques électriques des circuits, bases d'un standard télévisuel. De même, nous supposerons la netteté de l'image aussi bonne sur les bords qu'au voisinage du centre.

Ces réserves faites, les défauts résiduels sur l'image, inhérents à son mode d'analyse, sont notamment :

le manque de précision (flou, aberration dans la position des points) ;
la trame (compte tenu de l'effet stroboscopique) ;
les moirures ou « pattern », bien connues lors de la reproduction de mires à traits horizontaux par exemple.

Remarquons à ce propos que la distance minimum d'observation correcte, au-dessous de laquelle les défauts apparaissent n'est pas forcément celle qui apporte le maximum d'information au spectateur. Il n'est pas rare, en effet, de voir des personnes non averties se rapprocher outre mesure de l'écran au point de voir nettement la trame. Ce réflexe s'explique s'il apporte au spectateur un certain gain dans les détails observés, mais il lui apporte aussi l'impression désagréable de la trame. Il y aurait donc intérêt à ce que le *maximum d'information soit obtenu pour la distance d'observation à laquelle les défauts de l'image sont à la limite de visibilité.*

L'individualisation des défauts de nature différente introduit naturellement ici la notion d'*imperfection effective :*

Soient plusieurs défauts, perçus indépendamment les uns des autres, disparaissant aux yeux de l'observateur lorsque celui-ci recule à des distances respectives D_1, D_2, ... D_n ; nous dirons que l'image présente, relativement à ces divers défauts, des *imperfections effectives* mesurées respectivement par $\frac{D_1}{\sigma}$ $\frac{D_2}{\sigma}$ ..... $\frac{D_n}{\sigma}$., σ étant le pouvoir séparateur de l'œil.

On voit que la largeur effective de confusion n'est autre que l'imperfection effective de l'image, relative à son manque de netteté.

L'*imperfection effective globale* est la plus grande des imperfections effectives de l'image considérée et la remarque formulée ci-dessus s'énonce :

« On a intérêt à rechercher un mode d'analyse tel que l'imperfection effective globale soit aussi voisine que possible de la largeur effective de confusion. »

Ces différents points précisés, la méthode utilisée dans cette étude sera la suivante :

1° Etude de la définition verticale, c'est-à-dire recherche en fonction du pas de la trame, des imperfections effectives de l'image. Ces grandeurs seront atteintes par la recherche de l'image d'une ligne lumineuse infiniment mince, quasi-horizontale ;

2° Etude de la trame et des effets connexes de déplacement des lignes dans les différents modes d'entrelacé. On en déduira, en fonction du pas, les imperfections effectives dues au phénomène de la trame ;

3° Synthèse de ces résultats : choix du mode d'entrelacé le plus économique au point de vue bande passante, donnant l'imperfetcion effective la plus voisine de celles dues à la définition verticale. Il en découlera l'imperfection effective globale d'où la distance minimum d'observation en fonction du pas et l'on pourra déterminer le nombre de lignes selon le diamètre apparent exigé pour l'image ;

4° Etude de la largeur de confusion dans le sens horizontal en fonction des caractéristiques électriques du système. Cette largeur est déduite de l'épaisseur effective de l'image d'une ligne lumineuse verticale infiniment mince. La bande passante de la chaîne sera choisie telle que la

(1) HANKEE. — Rapport du Comité de Télévision britannique, 29 décembre 1944.

(2) P. MANDEL. — L'appareillage de télévision à 1015 lignes de la Cie des Compteurs à Montrouge (voir Bibliographie).

largeur de confusion horizontale soit juste égale à l'imperfection effective globale trouvée ci-dessus.

Enfin, le rapport de la hauteur à la largeur de l'image sera égal à celui de l'image cinématographique, c'est-à-dire voisin de 3/4. Ce format est agréable à l'œil et n'entraîne, sur le fond du tube qu'une perte de surface utile insignifiante. En effet, les rectangles de formats 4/5 et 3/4 inscrits dans le même cercle qu'un carré de surface I, ont respectivement pour aires $\frac{40}{41} = 0{,}975$ et $\frac{24}{25} = 0{,}96$.

Ainsi les principales caractéristiques du standard vidéo se trouvent définies, à l'exception du signal de synchronisation, qui devra faire l'objet d'une étude spéciale, concurremment avec le problème de la transmission d'une modulation sonore de qualité.

Les questions de définition verticale et horizontale ont été sérieusement débrouillées en 1938 par Wheeler et Loughren (1), dont les principales conclusions, sommairement résumées, sont les suivantes :

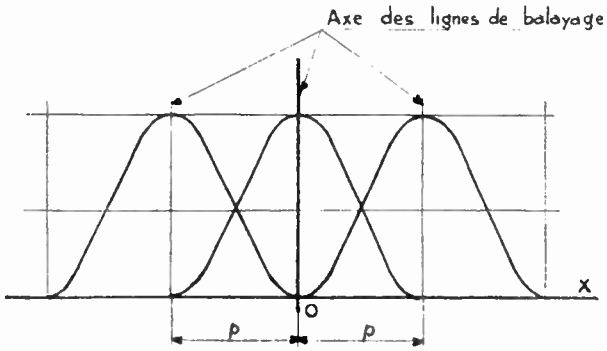


FIG. 1. — Répartition « idéale » du balayage.

1° Pour diminuer le plus possible les effets de moirage, il y a intérêt à réaliser le « flat field » à la prise de vues, c'est-à-dire une densité d'exploration constante en tous les points de la mosaïque de l'iconoscope. A la réception, le flat field, moins indispensable qu'à la prise de vues, diminue la visibilité de la trame ;

2° Le spot étant circulaire, la loi de répartition la plus avantageuse pour la densité électronique est de la forme :

$$(1)\quad \delta = 0{,}626\left[1-\left(\frac{r}{p}\right)^2\right]^{3/2} + 0{,}302\left[1-\left(\frac{r}{p}\right)^2\right]^{3/2}$$

δ, étant la densité du spot en un point ;

r, la distance du point considéré au centre du spot ;

p, le pas de la trame.

Cette loi de répartition conduit à une densité de balayage de la ligne explorée sensiblement égale à :

$$a_h(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{x}{p}\right),$$

x, étant la distance du point considéré avec l'axe de la ligne. Une telle densité de balayage assure le flat field avec le maximum de tolérance (voir fig. 1). Le spot défini par (1) est le spot « idéal » et la répartition a_h ci-dessus est appelée « répartition idéale ».

3° Avec le spot idéal, la définition verticale est $\frac{N}{\sqrt{2}}$ N étant le nombre de lignes visibles, ce qui signifie que la largeur de confusion verticale est $\frac{\sqrt{2}}{N}$ fois la hauteur de l'image;

4° Au point de vue définition horizontale, l'effet de la non-ponctualité des spots analyseur et synthétiseur peut être remplacé par une distorsion électrique. On peut donc raisonner sur une caractéristique électrique globale tenant compte de cette distorsion, les spots étant supposés ponctuels;

5° La largeur de confusion horizontale est décrite par le spot en un temps égal à la 1/2 période de la *fréquence nominale de coupure* de la caractéristique électrique globale.

Dans le présent travail, nous demeurons d'accord sur les conclusions du 1°, du 2° et du 4°, nous proposant, entre autres, de réexaminer les 3° et 5°.

En effet, les auteurs américains définissent la largeur effective d'une raie lumineuse comme étant la quantité

$$(2)\quad l_{eff} = \frac{\int_{-a}^{+a} b(\xi)\, d\xi}{b(o)}$$

$b(\xi)$ représentant la brillance pour l'abscisse ξ par rapport à l'axe de la raie lumineuse, celle-ci étant supposée symétrique (fig. 2) (2).

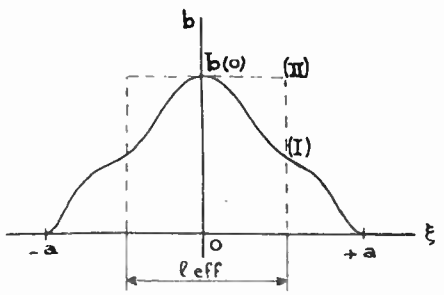


FIG. 2. — Largeur effective d'après Wheeler. (Les courbes I et II embrassent la même aire.)

Autrement dit, ils substituent à la répartition (I) la répartition (II), dont la courbe a même aire et même hauteur. L'inconvénient d'une telle définition est de ne tenir aucun compte de l'allure de la courbe $b(\xi_o)$, et d'assigner la même largeur effective $l_{eff} = p$ aux quatre répartitions de la figure 3 (choisies à titre d'exemple), bien que manifestement les répartitions B, C, D, donnent à l'œil une impression de diffusion plus grande que la répartition A.

Nous proposons donc une formule tenant mieux compte de la répartition des brillances en fonction de . formule introduisant les centres de

(1) WHEELER et LOUGHREN. — The fine structure of television images. *P. I. R. E.*, mai 1938.

(2) O ξ direction perpendiculaire à la raie lumineuse, dans le plan de l'image.

gravité des aires des deux moitiés gauche et droite de la figure 2, à savoir :

$$(3) \qquad l_{\text{eff}} = 4\,\frac{\int_0^a b(\xi)\,\xi\,d\xi}{\int_0^a b(\xi)\,d\xi}$$

On obtient ainsi les largeurs effectives suivantes pour les répartitions de la figure 3 :

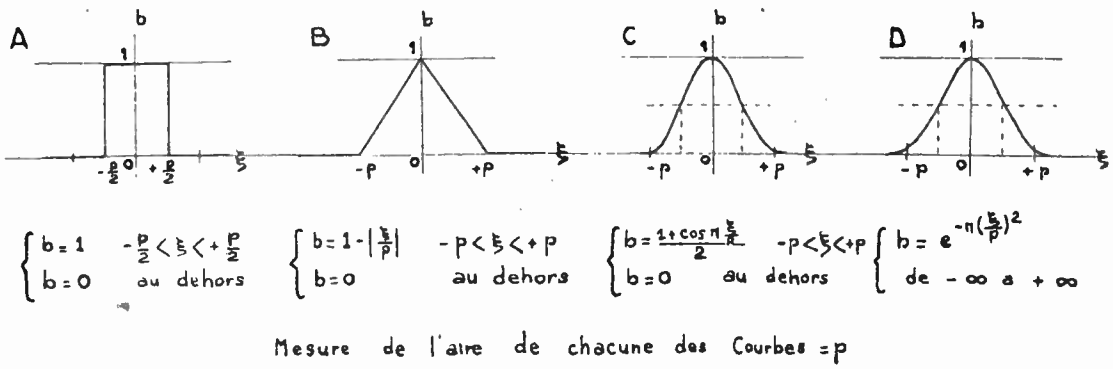

A
B
C
D
b
1
$-\frac{p}{2}$ 0 $+\frac{p}{2}$
-p 0 +p
ξ
$b = 1 \quad -\frac{p}{2} < \xi < +\frac{p}{2}$
$b = 0$ au dehors
$b = 1 - \left|\frac{\xi}{p}\right| \quad -p < \xi < +p$
$b = 0$ au dehors
$b = \frac{1+\cos\pi\frac{\xi}{p}}{2} \quad -p < \xi < +p$
$b = 0$ au dehors
$b = e^{-\pi\left(\frac{\xi}{p}\right)^2}$ de $-\infty$ à $+\infty$
Mesure de l'aire de chacune des Courbes = p

FIG. 3.

Répartition	l_{eff}	valeur numérique approchée
A	p	1,00 p.
B	$\frac{4}{3}p$	1,33 p.
C	$\left(2 - \frac{8}{\pi^2}\right)p$	1,19 p.
D	$\frac{4}{\pi}p$	1,28 p.

Quoique la formule (2) conduise, dans la plupart des cas, à des calculs plus simples que notre formule (3), c'est cette dernière qui sera adoptée dans ce qui suit.

DEFINITION VERTICALE

Un spot (fig. 4) de densité électronique $\delta = \delta(\xi, \eta)$ dont le centre Ω décrit d'un mouvement uniforme l'axe Oy (parallèle à $\Omega\eta$), produit une densité de balayage égale à :

$$(4) \qquad a_h(x) = \int \delta(x, \eta)\,d\eta$$

Il est bien connu que ce résultat est valable à la prise de vues comme à la réception, sous réserve à la prise de vues, que le passage du spot ne produise qu'un faible effaçage de la mosaïque.

On a vu plus haut que la répartition « idéale », de la formule (1) conduit à :

$$(5) \qquad a_h(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\pi\frac{x}{p}\right)$$

Considérons donc (fig. 5) une ligne lumineuse, projetée sur la mosaïque selon une droite D assez peu inclinée sur Oy pour que tous les points du segment AB recouvert par le spot puissent être regardés comme équidistants de Oy. Soit x cette distance, Oy étant l'axe d'une première ligne de balayage. L'élément de signal vidéo fourni par les points de D voisins de $M(\xi = x, \eta)$ est proportionnel à $dv_1 = \delta(x, \eta)\,d\eta$ donc le signal vidéo v_1 exprimé au moyen d'unités judicieuses est égal à $a_h(x)$ de (4).

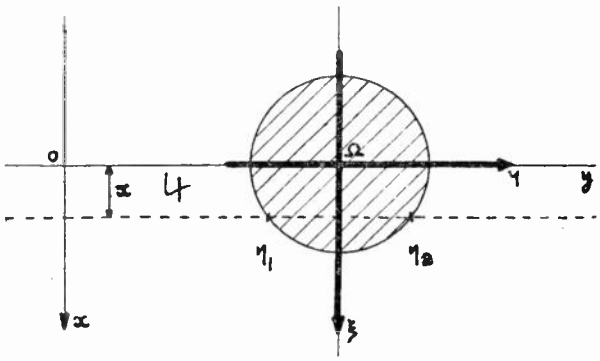


FIG. 4.

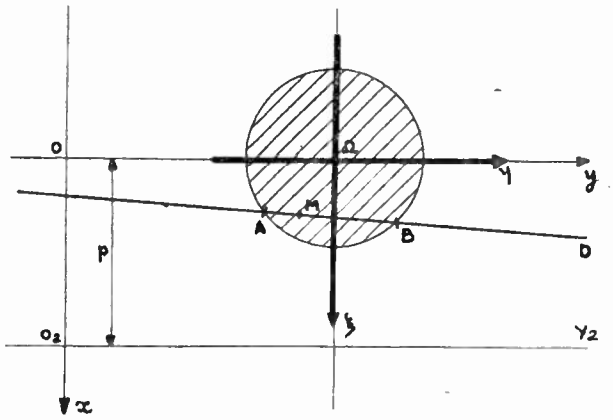


FIG. 5. — Analyse d'une ligne quasi horizontale.

Ainsi, en utilisant le spot idéal de Wheeler, on a :

$$v_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 + \cos\pi\frac{x}{p}\right) & -p \leqslant x \leqslant +p \\ 0 & \textit{en dehors} \end{cases}$$

Le balayage du même élément de D lorsque le spot décrit une deuxième ligne d'axe $O_2 y_2$ dis-

(1) Il n'y a même pas à tenir compte de l'effaçage partiel de la mosaïque si le balayage est entrelacé.

tant de p de Oy produit un signal vidéo (1) donné par la même formule à condition de remplacer x par $x—p$, c'est-à-dire :

$$v_2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 - \cos \pi \frac{x}{p}\right) & o \leqslant x \leqslant 2p \\ 0 & \textit{en dehors} \end{cases}$$

Ainsi, sur l'écran du récepteur, vont apparaître les deux lignes correspondant à Oy et O_2y_2 avec leur propre répartition transversale et modulées respectivement en fonction de x par les fonctions v_1 et v_2. Soit X la coordonnée sur l'écran de réception correspondant au x de la prise de vue. La figure 6 représente en fonction de X la répartition transversale b (X) des brillances sur l'image correspondant au point (x) de D.

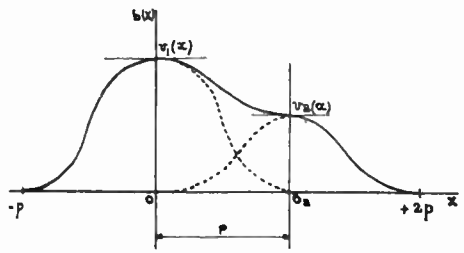


FIG. 6.

L'équation de cette répartition est :

$$b(\mathrm{X}) = \begin{cases} v_1(x)\dfrac{1+\cos\pi\frac{x}{p}}{2} & p \leqslant x \leqslant o \\ v_1(x)\dfrac{1+\cos\pi\frac{x}{p}}{2} + v_2(x)\dfrac{1-\cos\pi\frac{x}{p}}{2} & o \leqslant x \leqslant p \\ v_2(x)\dfrac{1-\cos\pi\frac{x}{p}}{2} & p \leqslant x \leqslant 2d \\ 0 & \textit{en dehors} \end{cases}$$

a) Le flux lumineux émis par la section de ligne est proportionnel à :

$$\int_{-p}^{+2p} b(x)\, d\mathrm{X} = p v_1(x) + p v_2(x) = p.$$

Donc vue de loin, l'image de la ligne a une luminosité constante sur toute sa longueur. Il n'y a pas d'apparence de chapelet.

b) L'image de la ligne a un aspect ondulé. Chaque élément de l'image est localisé par l'œil à l'endroit où se trouve son centre de gravité. Or, le centre de gravité de l'aire de la courbe b (X) fig. 6 a pour abscisse

$$\mathrm{X}_g = p\, v_2(x) \qquad (1)$$

c) La largeur effective de l'image varie avec x. Elle est manifestement minimum pour $x = o$ et $x = p$ où elle se réduit à celle de la ligne de balayage, soit 1,19 p. Elle est manifestement maximum pour $x = \frac{p}{2}$ valeur donnant à la courbe b (X) le plus d'étalement ; la largeur effective est alors 2,1 p (2).

La figure 8 représente la tache effective de l'image d'une telle droite quasi-horizontale, la pente de cette droite ayant été fortement exagérée. Les conclusions que nous en tirons sont les suivantes :

1° *Netteté de l'image.*

On n'a pas le droit, comme l'ont fait les auteurs américains précités, de prendre pour imperfection effective la moyenne des largeurs effectives de l'image. En effet, la droite D étant très faiblement inclinée sur les lignes de balayage, la longueur d'onde des ondulations de son image est très supérieure au pouvoir séparateur de l'œil. Pour que l'image de D paraisse filiforme en *tous ses points*, il faut que le recul de l'observateur soit tel que sa largeur effective *maxima* soit vue sous un angle au plus égal au pouvoir séparateur de l'œil.

Il en résulte donc que l'imperfection effective correspondante est selon nous égale à 2,1 p.

2° *Moirures.*

Formons l'image d'une mire à traits quasi-horizontaux brillants sur fond noir. Soit 2,1 p le pas de cette mire. Le paragraphe ci-dessus montre que d'une part cette mire est juste transmise par le système de télévision et que, d'autre part, elle est à la limite de perception pour le spectateur. On a vu plus haut que l'image de la ligne — filiforme aux yeux du spectateur — a une luminosité constante sur toute sa longueur. Il en résulte *qu'il ne doit pas se former de moirures*, celles-ci provenant en général de la juxtaposition de

(1) Centres de gravité des courbes de la figure 6 :
Courbe gauche : abscisse : o, poids : v_1 (x)
— droite : — : p, — : v_2 (x)

$$\mathrm{X}_g = \frac{o \cdot v_1 + p v_2}{v_1 + v_2} = p v_2.$$

(2) La largeur effective de la répartition ci-contre (fig. 7) (correspondant à $x = \frac{p}{2}$) se calcule aisément.

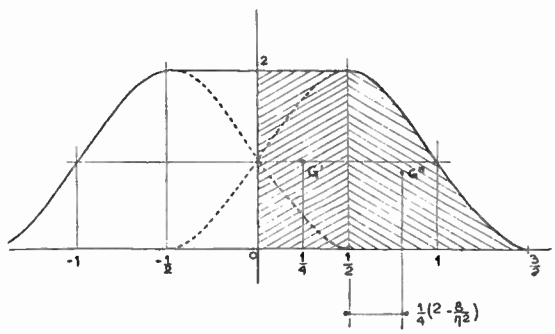


FIG. 7.

Séparons la moitié droite de la courbe en deux parties (hachurées) dont les centres de gravité respectifs sont :

G' abscisse $\frac{1}{4}$ poids 1,

G'' abscisse $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\left(2 - \frac{8}{\pi^2}\right)$ poids 1.

Centre de gravité résultant :

Abscisse $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left(2 - \frac{8}{\pi^2}\right)\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{\pi^2}\right)$

d'où la largeur effective qui en est le quadruple :

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{\pi^2} = 2{,}5 - 0{,}405 \neq 2{,}1.$$

droites dont la luminosité n'est pas constante en tous points (la figure 9 illustre ce dernier cas).

On objectera à nos résultats que l'expérience des mires à traits horizontaux montre que de telles mires passent même lorsque leur pas est sensiblement inférieur à 2,1 *p*. Cette donnée expérimentale indiscutable s'explique par le fait que la mire considérée est un objet d'une structure périodique très particulière, dont l'œil *interprète* l'image plus qu'il ne la *perçoit*. C'est ainsi que l'on peut justifier la moyenne prise par Wheeler, tablant sur une compensation psychologique qui

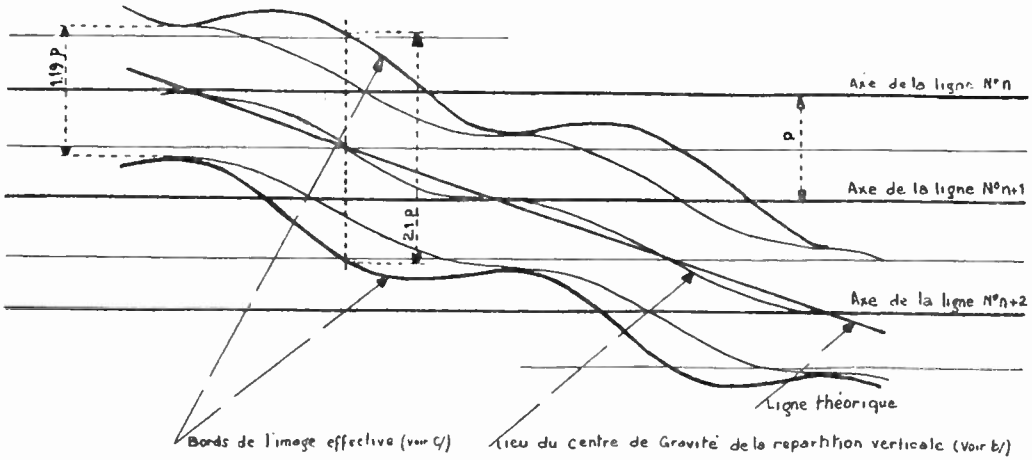

1/2 P
Axe de la ligne N°n
a
Axe de la ligne N°n+1
2,1 p
Axe de la ligne N°n+2
Ligne théorique
Bords de l'image effective (voir c)
Lieu du centre de Gravité de la repartition verticale (voir b)

FIG. 8. — Image d'une droite quasi horizontale.

s'établit entre les endroits bien reproduits et les endroits mal reproduits de la mire : dès qu'un nombre suffisant de points est bien reproduit, l'œil *devine* le reste.

D'ailleurs on doit reconnaître que les mires « passant » dans ces conditions donnent rarement des images correctes, car il apparaît des moirures.

Faisons passer, par exemple, une mire de pas 1,6 *p* (approximativement la mire 7 pour un système à 420 lignes visibles). Il faut rapprocher le spectateur jusqu'à ce qu'il perçoive 1,6 *p*.

Donc chacune des raies brillantes de l'image sera perçue à certains endroits comme une ligne sans diamètre apparent, à d'autres, comme une surface ayant un diamètre apparent sensible. Or,

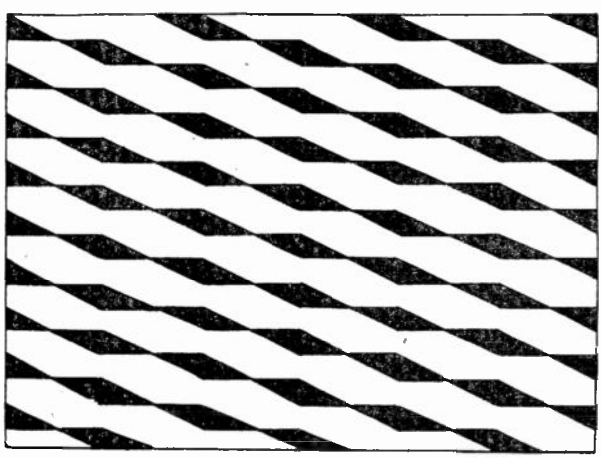


FIG. 9. — Mire de moirures. — Observer la mire à une distance suffisante pour que sa structure quasi-horizontale cesse d'être perceptible. On voit nettement des moirures verticales.

chacun sait que la perception de ces deux sortes d'objets est très différente. Rien d'étonnant donc à ce que la juxtaposition de telles structures donne une apparence comportant des moirures.

Ainsi donc les mires de pas inférieur à 2,1 *p*, tout en pouvant passer ne peuvent pas donner d'image correcte aux yeux d'un spectateur. Nous nous en tiendrons donc au résultat trouvé ci-dessus.

L'imperfection effective due à la définition verticale est égale à 2,1 *fois le pas de la trame.*

SYNTHESE DES RESULTATS OBTENUS

TRAME

La structure lignée d'une image de télévision est visible pour le spectateur si celui-ci est suffisamment rapproché de l'écran. On dit qu'il voit la trame. Ce phénomène est très désagréable et doit être, avant tout, évité dans une projection de qualité.

La question se pose de savoir comment la trame est moins gênante, horizontale ou verticale.

Pour la télévision à faible définition, où la trame demeure plus ou moins visible, il semble bien que le balayage horizontal soit préférable :

1° Un réseau horizontal ne subit pas l'effet stéréoscopique des yeux, donc il se matérialise moins dans l'espace qu'un réseau de lignes verticales ;

2° Dans un spectacle ordinaire, les mouvements les plus fréquents des yeux de l'observateur sont des mouvements horizontaux. Si l'exploration est entrelacée, on a le minimum de chances d' « accrochage » de l'œil sur la trame lorsque le défilement de celle-ci est verticale, ce qui implique un balayage par lignes horizontales.

Par contre, dès l'instant où la trame est invisible, peu importe qu'elle soit horizontale ou verticale, et la distance d'observation pour laquelle elle disparaît est indépendante de son sens à cause de l'égalité des pouvoirs séparateurs de l'œil moyen dans les directions horizontale et verticale.

Dans la télévision à haute définition qui nous intéresse ici, la trame sera invisible, c'est donc

par pure convention dans ce qui suit que l'on supposera les lignes horizontales.

Dans l'observation de la trame, les phénomènes subjectifs diffèrent suivant le mode d'entrelacé de l'image :

1° *Analyse non entrelacée.*

La trame complète est présentée 50 fois par seconde au spectateur. Si le « flat-field » est réalisé sur l'écran du tube récepteur, la trame est invisible. Même avec un flat-field approximatif, la trame n'est pas apparente vu la faiblesse de son contraste.

2° *Entrelacé d'ordre* 2.

Si l'œil de l'observateur reste parfaitement immobile, le phénomène physiologique est le même que pour l'analyse non entrelacée ; par contre, le moindre mouvement vers le haut ou vers le bas produit le phénomène stroboscopique du déplacement des lignes sur lequel l'œil de l'observateur a tendance à s' « accrocher ».

L'explication est la suivante (fig. 10). Soit A la demi-trame présentée à l'instant origine. Un 1/50e de seconde après, la 2e demi-trame présentée B, se déduit de A (abstraction faite de l'image proprement dite) par translation d'une quantité

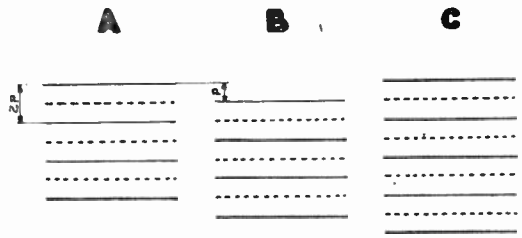


FIG. 10. — Entrelacé d'ordre 2.

égale au pas, vers le bas pour fixer les idées. La 3e demi-trame C, identique à A, peut aussi bien être déduite de B par la même translation qui fait passer de A à B. Ainsi, une trame régulièrement descendante (ou montante) est présentée au spectateur, d'où l'impression de déplacement des lignes. Le phénomène est gênant, car il apparaît dès que l'œil peut voir sur l'écran un réseau de pas 2 *p* (celui de la demi-trame) avec un contraste voisin de l'unité (espaces noirs entre les lignes brillantes).

Tenant compte de ce qui a été dit précédemment, on conclut que, *dans l'entrelacé d'ordre* 2, *il est inutile de chercher à faire apparaître sur l'image des détails de dimensions inférieures à* 2 *p*, sinon, pour en bénéficier, l'observateur devra consentir à voir le défilement des lignes, ce qui est inadmissible.

3° *Entrelacés d'ordre supérieur.*

Malgré le défaut du défilement des lignes, l'entrelacement d'ordre 2 a justifié son emploi par l'économie de bande passante qu'il permet.

On peut pousser les choses plus loin et rechercher dans les entrelacements d'ordre supérieur :

a) une nouvelle économie de bande passante,

b) un système relativement plus avantageux au point de vue défilement des lignes. En effet, pour un entrelacé d'ordre $n > 2$, on a le choix entre $\frac{(n!-1)!}{2}$ « modes » ou « séquences », différant les uns des autres par les positions relatives des trames fractionnaires successivement présentées. Nous désignerons celles-ci par les numéros 1, 2, 3.... selon leur rang lorsqu'on les classe dans l'ordre descendant, et le mode d'entrelacé sera défini par la suite des numéros correspondant aux trames successivement présentées dans le temps (1).

A défaut de matériel réel en vue d'une recherche expérimentale, nous proposons la méthode graphique suivante utilisant le fait que les phénomènes sont identiques à eux-mêmes sur toute la longueur de la ligne.

Réduisons chaque ligne à 1 point que nous figurons par un petit carré blanc sur fond noir. Une trame fractionnaire se trouve ainsi représentée par une colonne de points séparés par des intervalles dont la grandeur dépend de l'ordre d'entrelacement (intervalle de 1 point pour l'entrelacé d'ordre 2, intervalle de 2 points pour l'ordre 3, de n—1 points pour l'ordre n).

Figurons ainsi la première trame présentée, puis la deuxième immédiatement à droite et ainsi de suite. On obtient de cette façon une figure représentant l'évolution de la trame en fonction du temps. (La figure 11 montre de telles mires pour des entrelacés d'ordre 2, 3 et 4).

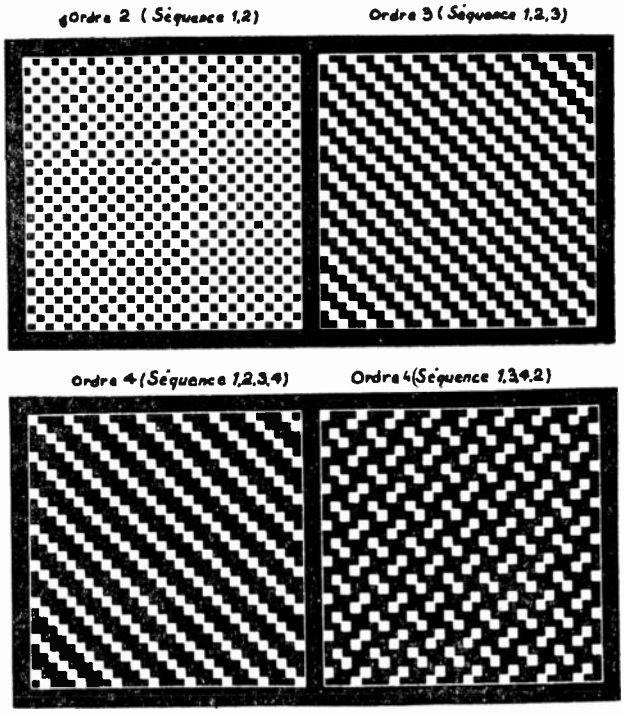


FIG. 11. — Figures d'entrelacement.

(1) Il y a $n!$ permutations de n nombres dont $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ distinctes pour définir un mode d'entrelacé, les autres s'en déduisant par permutation circulaire. Encore faut-il diviser par 2 (si $n > 2$ c'est-à-dire $n \geqslant 3$), une permutation sur deux se déduisant de l'autre par renversement des termes.

1° Sur une telle figure, les alignements de carreaux indiquent un déplacement régulier des lignes dans un certain sens, donc correspondent pour le spectateur à un défilement de la trame.

2° La scintillation d'interligne se produit sur une image lorsque le pas de la trame *fractionnaire* devient suffisamment grand par rapport au pouvoir séparateur de l'œil. Ceci correspond, sur la figure 11, à la possibilité pour l'obervateur de distinguer la structure ponctuée d'une colonne de la mire considérée. On ne peut évidemment tirer aucun renseignement absolu puisque la scintillation d'interligne dépend essentiellement de la fréquence du balayage dont la figure ne tient aucun compte. Toutefois, l'observation simultanée de plusieurs mires ainsi constituées tracées pour divers ordres d'entrelacé et avec une même échelle des temps en abscisses (1 carreau pour $\frac{1}{50}$ s. sur la figure 11) permet à notre avis de comparer qualitativement les scintillations d'interligne des différents modes d'entrelacé, le temps jouant de la même façon dans les divers cas considérés.

Les entrelacés d'ordre 2, 3, 4 ont été examinés ici, considérant qu'en maintenant la fréquence de la trame fractionnaire à 50, les entrelacés d'ordre supérieur conduiraient à une fréquence d'image trop basse introduisant une « parallaxe de temps » inadmissible entre deux trames contiguës d'une même image.

Voici les conclusions qui se dégagent de l'examen de la figure 11.

Ordre 2.

Résultat connu : défilement ascendant ou descendant à volonté, trame mobile de pas 2 *p*. Ce mode d'entrelacement introduit une imperfection effective de grandeur 2 *p*.

Ordre 3.

Défilement très net dans un sens, trame mobile de pas 3 *p*, donc imperfection effective égale à 3 *p*.

Ordre 4.

Séquence 1-2-3-4. — Défilement très net dans un sens, trame de pas 4 *p*, donc imperfection effective égale à 4 *p*.

Séquence 1-3-4-2. — Pas de défilement appréciable. Vue à la distance où la mire 1-2 perd sa structure lignée, la mire 1-2-3-4 laisse encore deviner les points qui la composent, il est donc possible que l'écran de télévision présente un léger papillotement d'interligne, encore ceci n'est-il pas sûr, le diamètre apparent du phénomène n'étant que le double du pouvoir séparateur de l'œil. Nous admettrons que l'imperfection effective est voisine de 2 *p*.

Séquence 1-3-2-4. — Si le lecteur fait tourner de $\frac{\pi}{2}$ la mire 1-3-4-2, il obtient une mire correspondant à la séquence 4-1-3-2, qui n'est pas distincte de la séquence 1-3-2-4. Donc mêmes conclusions que plus haut. Les modes 1-3-4-2 et 1-3-2-4 doivent être qualitativement équivalents.

SYNTHÈSE DES RÉSULTATS OBTENUS

D'après ce qui a été dit plus haut, il y a avantage à égaliser les diverses imperfections effectives de l'image. Celle due à la définition verticale étant égale à 2,1 *p*, on est conduit à choisir soit l'entrelacé d'ordre 2, soit l'entrelacé d'ordre 4 de séquence 1-3-4-2 (ou 1-3-2-4).

Nous choisirons l'entrelacé d'ordre 4 à cause de l'économie de bande passante qu'il procure en réduisant la fréquence image à 12,5: s^{-1}.

Reste maintenant à déterminer le nombre de lignes.

Soit N le nombre des lignes *visibles*.

La hauteur de l'image est N*p* et sa diagonale $\frac{5}{3}$ N*p* (1).

La distance d'observation est $\frac{2{,}1\,p}{\sigma}$ (σ pouvoir séparateur en radians).

Le rapport de la distance d'observation à la diagonale de l'image est donc :

$$K = \frac{2{,}1 \times 3}{5\,\sigma\,N}$$

soit, en prenant $\sigma = 1{,}5' = \frac{1}{2.300}$ radian :

$$K = \frac{2.900}{N}.$$

Considérant que le nombre N de lignes visibles est 0,9 fois le nombre total N_0 de lignes, on obtient :

$$K = \frac{3.225}{N_0}.$$

Ce qui permet de dresser le tableau suivant :

(6)

K	N_0	Diamètres apparents de l'image	
		Hauteur	Largeur
2,0	1612	17,2°	22,8°
2,5	1290	13,8°	18,4°
3,0	1075	11,5°	15,3°
3,5	920	9,8°	13,1°
4,0	806	8,6°	11,5°

Compte tenu de ce qui a été dit plus haut, *la définition de notre standard télévisuel devrait être fixée aux environs de* 1.300 *lignes*.

DEFINITION HORIZONTALE

Le but de ce chapitre est de déterminer les caractéristiques de la chaîne de transmission afin d'obtenir sur l'image une définition horizontale égale à la définition verticale trouvée ci-dessus. Pour obtenir ce résultat, on recherchera à quelles conditions une droite verticale brillante, infiniment mince, donnera sur l'image une figure ayant une largeur de confusion égale à l'imperfection effective trouvée pour l'image des lignes quasi-horizontales, à savoir la longueur 2,1 *p*.

On supposera d'abord les spots analyseur et synthétiseur ponctuels ou plutôt assimilables à

(1) Format 3 × 4, de diagonale 5.

un petit segment de droite vertical (voir fig. 12) dont la densité transversale serait proportionnelle à :

$\frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{x}{p}\right)$, comme vu plus haut.

Partant de diverses formes de caractéristiques électriques de la chaîne de transmission, on recherchera le plus favorable et, de cette caractéristique fixée *a priori*, on tirera la largeur effective de la tache à laquelle elle donne lieu sur l'image, pour un objet constitué par une ligne sans dimension dans le sens de déplacement du spot. On fera en sorte de rendre cette largeur effective égale à 2,1 *p*.

Ensuite on fera intervenir le fait que les spots analyseur et synthétiseur ne sont pas filiformes, et on montrera que les distorsions auxquelles ils donnent lieu dans les fins détails reproduits pourraient aussi bien être obtenues avec des spots filiformes à condition d'ajouter dans la chaîne électrique un élément supplémentaire de distorsion.

Désirant conserver, avec les spots réels, les résultats obtenus ci-dessus avec des spots filiformes, il suffit de compenser leur effet par une antidistorsion de nature électrique. On obtiendra ainsi la caractéristique réelle que devra posséder la chaîne d'amplification.

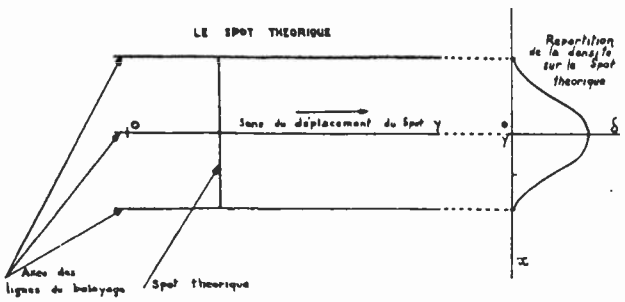

LE SPOT THEORIQUE
Répartition de la densité sur le Spot théorique
Sens du déplacement du Spot
Axes des lignes de balayage
Spot théorique

FIG. 12. — Spot filiforme théorique

I. — Cas des spots filiformes

Le balayage par le spot d'un élément de droite verticale brillante, infiniment étroite, donne à la sortie du tube analyseur (supposé parfait) une impulsion électrique dont la tension instantanée u est représentable en fonction du temps par la formule :

$$u = \mathcal{J}(t)$$

$\mathcal{J}(t)$ représentant la fonction impulsion bien connue dans l'étude des régimes transitoires. Cette fonction ayant un spectrogramme uniforme, sans aucune fréquence privilégiée, le spectrogramme de l'impulsion qui arrive sur le Wehnelt du tube récepteur n'est autre que la courbe de réponse en fréquence de la chaîne de transmission. Le spot récepteur étant également supposé filiforme, à l'impulsion sur le Wehnelt correspondra fidèlement une tache brillante sur l'écran. Il y a donc correspondance de Fourier entre la répartition longitudinale de la brillance sur la tache et la réponse électrique globale (1) de la chaîne.

Recherche de la meilleure réponse globale.

La première condition qu'on peut exiger de la tache sur le tube récepteur est qu'elle soit symétrique. Il en résulte immédiatement que la réponse globale en fréquence doit être dépourvue de distorsion de phase, ce qui aura par ailleurs l'avantage d'alléger de beaucoup les calculs en faisant travailler uniquement sur des cosinus réels.

Une deuxième condition est que la tache soit concentrée, c'est-à-dire qu'elle ne s'étende pas à l'infini, et que ses bords ne présentent pas de franges.

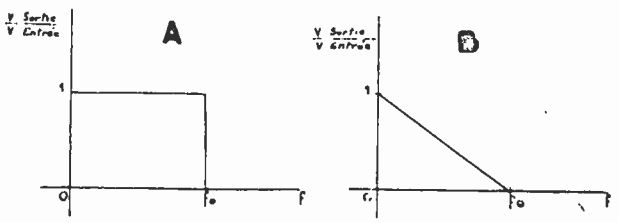


FIG. 13.

En fait cette condition ne saurait être satisfaite sans nécessiter la transmission d'une bande de fréquences infinie. Nous nous bornerons donc à exiger que les oscillations de l'impulsion électrique transmise soient faibles par rapport au corps de l'impulsion et rapidement décroissantes quand on s'éloigne du centre de celle-ci.

A ce point de vue, les courbes de réponse représentées figure 13 donnent des signaux de sortie définis respectivement par les formules :

(7) Courbe A $\quad v_s = \frac{1}{\pi} \frac{\sin 2\pi f_0 t}{t}$.

(8) Courbe B $\quad v_s = \frac{1}{2\pi^2 f_0} \frac{1 - \cos 2\pi f_0 t}{t^2}$.

Ces signaux ne donnent pas satisfaction quant aux oscillations formant des franges sur les bords de l'image.

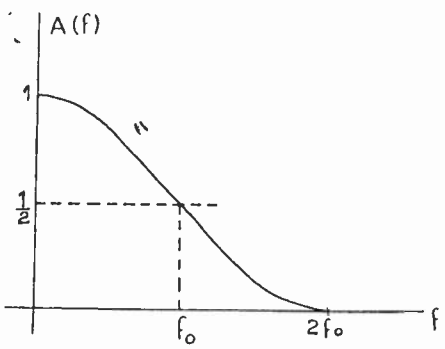


FIG. 14. — Courbe de réponse idéale.

La courbe de réponse « idéale » préconisée par Wheeler et Loughren est une courbe en $\cos^2$ représentée (fig. 14) par :

(9) $\quad A(f) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{f}{2f_0}\right)$.

(1) Nous qualifions cette réponse électrique de « *globale* » parce que, quand nous tiendrons compte des dimensions des spots, elle englobera les distorsions électriques les remplaçant; ceci par opposition à la *réponse des amplificateurs* qui, elle, n'en tiendra pas compte.

Une impulsion $\mathcal{J}(t)$ traversant une chaîne ayant une telle réponse donne le signal :

$$(10) \qquad v_s(t) = 2\int_0^{\infty} A(f)\cos 2\pi f t\, df$$

$$= \int_0^{2f_0} \left(1 + \cos\pi\frac{f}{2f_0}\right)\cos 2\pi f t\, df.$$

Nous poserons

$$v_s(t) = I_1 + I_2$$

avec :

$$I_1 = \int_0^{2f_0} \cos 2\pi f t\, df = \frac{1}{2\pi t}\sin 4\pi f_0 t$$

$$I_2 = \int_0^{2f_0} \cos\frac{\pi f}{2f_0}\cdot\cos 2\pi f t\, df,$$

Or :

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

avec :

$$\left.\begin{matrix} I'_2 \\ I''_2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\int_0^{2f_0} \cos 2\pi\left(\frac{1}{4f_0} + \varepsilon t\right)\cdot f\cdot df$$

($\varepsilon = +1$ pour I'_2
$\varepsilon = -1$ pour I''_2.

L'intégration donne :

$$\left.\begin{matrix} I'_2 \\ I''_2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\frac{1}{2\pi\left(\frac{1}{4f_0} + \varepsilon t\right)}\sin(\pi + 4\pi\varepsilon f_0 t)$$

$$= -\varepsilon\frac{\sin 4\pi f_0 t}{4\pi\left(\frac{1}{4f_0} + \varepsilon t\right)}$$

d'où

$$v_s(t) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{2}{t} + \frac{1}{\frac{1}{4f_0} - t} - \frac{1}{\frac{1}{4f_0} + t}\right)\sin 4\pi f_0 t$$

Posant $\frac{1}{f_0} = T_0$ (période de la « fréquence nominale de coupure f_0 »), et utilisant la variable réduite $\theta = \frac{t}{T_0}$, il vient

$$(11)\ v_s(t) = \frac{1}{2\pi T_0}\left(\frac{1}{\theta} + \frac{2}{1-4\theta} - \frac{2}{1+4\theta}\right)\sin 4\pi\theta$$

qui peut également s'écrire :

$$(12) \qquad v_s(t) = \frac{1}{2\pi T_0}\frac{1}{\theta - 16\theta^3}\sin 4\pi\theta.$$

La courbe représentative de $2\pi T_0 v_s$ a été tracée en fonction de θ sur la figure 15, sur laquelle on a porté en pointillé la courbe représentant $\frac{1}{\theta - 16\theta^3}$

Le signal reçu comporte une impulsion principale comprise dans l'intervalle $-\frac{1}{2} < \theta < +\frac{1}{2}$, accompagnée d'oscillations dont l'amplitude décroît comme $\frac{1}{\theta^3}$, et dont la longueur d'onde est 0,5 θ.

Les maxima et minima successifs ont pour ordonnées respectives : + 12,52 ; — 0,305 ; + 0.102, c'est-à-dire sont proportionnels à :

$$1,\ \frac{-2,5}{100},\ \frac{+8}{1.000}$$

Les oscillations parasites sont donc très rapidement amorties (1). Du reste la valeur de leur longueur d'onde suffirait seule à les rendre invisibles comme on le verra plus loin.

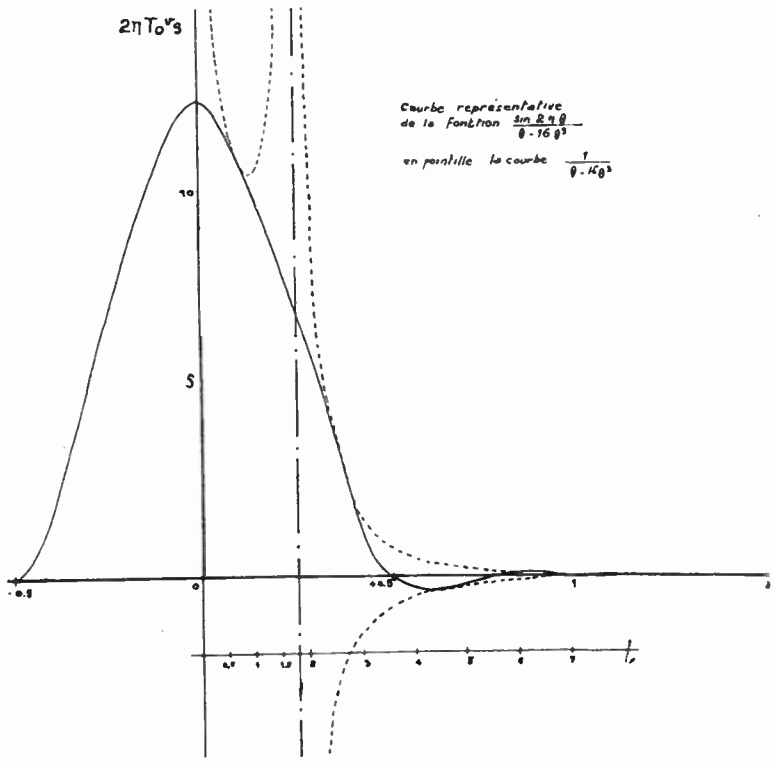


FIG. 15. — Réponse impulsionnelle du quadripôle de la fig. 14.

Connaissant la courbe $v_s(t)$, on en déduit immédiatement la répartition transversale de la brillance vers l'image d'une ligne verticale infiniment mince. Soit B ( ) cette brillance, γ étant la distance du point considéré à l'axe de la tache. On a B (γ) proportionnel (2) à $v_s(ct)$, c étant la

(1) Notons qu'en toute rigueur la formule (12), aussi bien que les formules (7) et (8) définissent des signaux s'étendant de $-\infty$ à $+\infty$ c'est-à-dire commençant certainement *avant* l'impulsion qui en est cause (même en tenant compte d'un temps de propagation fini entre l'impulsion intiale et le maximum de v_s), ce qui, physiquement, est absurde. Ce fait montre qu'un système de transmission passant une bande de fréquences finie sans aucune distorsion de phase est physiquement inconcevable (cf. pour la formule (7) : Küpfmüller-*Uber Einschwingvorgängen in Wellenfiltern. E. N. T.*, vol. I 1924). Ceci se rattache au fait bien connu que les réponses amplitude/fréquence et phase/fréquence d'un quadripole ne sont pas des fonctions totalement indépendantes puisqu'elles représentent respectivement le module et l'argument d'une fonction analytique de la pulsation généralisée dans le domaine complexe.

On admettra que les systèmes réels se comportent sensiblement comme le système théorique sans distorsion de phase dans la partie utile du signal.

(2) On suppose la caractéristique du tube linéaire. En fait croit comme v_s ($\gamma > 1$), ce qui favorise encore la partie utile de l'impulsion par rapport aux oscillations parasites.

vitesse linéaire de balayage du spot, et t l'instant de son passage au point considéré avec pour origine des temps l'instant de balayage du point qui correspondrait théoriquement à l'élément de la ligne verticale télévisée.

Donc posant

$$y_0 = cT_0 = \frac{c}{f_0} \tag{13}$$

(y_0 = déplacement du spot pendant une période de la fréquence f_0), on a :

$$y = y_0\theta.$$

d'où :

$$B(y) = \frac{c^{te}}{4} \times \frac{\sin 4\pi\theta}{\theta - 16\theta^3}.$$

Largeur effective de la tache.

D'après la formule (3) la largeur effective est évidemment donnée par la formule :

$$l_{eff} = 4\frac{\int_0^\infty y B(y)\,dy}{\int_0^\infty B(y)\,dy}$$

soit en fonction de θ :

$$l_{eff} = 4y_0\frac{\int_0^\infty \theta v_s(\theta)\,d\theta}{\int_0^\infty v_s(\theta)\,d\theta} \tag{14}$$

On peut objecter à cette façon de faire le fait que dans l'intervalle $(0,\infty)$ la courbe $v_s(\theta)$ a des boucles négatives, ce qui introduit des brillances négatives sans signification physiologique.

L'objection porte si l'image se détache sur un fond complètement noir. Au contraire, si le fond est gris, la brillance négative existe en fait, car l'image présente réellement une bordure plus sombre que le fond. Nous utiliserons donc la formule (14), considérant que dans une image les noirs absolus sont assez rares.

Il vient ainsi :

$$\frac{l_{eff}}{4X_0} = \frac{\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{1-16\theta^2}\,d\theta}{\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{\theta-16\theta^3}\,d\theta} = \frac{N}{D}$$

L'intégration de N et D se fait après décomposition en éléments simples (voir formule 11). On obtient :

$$N = \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{1+4\theta}\,d\theta + \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{1-4\theta}\,d\theta$$

$$= -\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{Si}\,\pi\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2} + \mathrm{Si}\,\pi\right) = \frac{1}{4}\mathrm{Si}\,\pi$$

$$D = \int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{\theta}\,d\theta + 2\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{1-4\theta}\,d\theta$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{Si}\,\pi\right) = \pi$$

$$- 2\int_0^\infty \frac{\sin 4\pi\theta}{1+4\theta}\,d\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \mathrm{Si}\,\pi\right)$$

$$\frac{N}{D} = \frac{1}{4}\frac{\mathrm{Si}\,\pi}{\pi}$$

$$l_{eff} = \frac{\mathrm{Si}\,\pi}{\pi}\lambda_0 \neq 0{,}59\,\lambda_0 \tag{15}$$ (1)

Egalité des définitions horizontale et verticale. — Calcul de f_0

On a vu que l'imperfection effective verticale est égale à 2,1 p. Egalons à cette valeur l'imperfection effective horizontale trouvée formule (15) :

$$0{,}59\,y_0 = 2{,}1\,p. \tag{16}$$

Soient L largeur de l'image.
H hauteur de l'image.
K format de l'image.
α_i la fraction utile de la durée de
α_l la fraction utile de la durée de la ligne.
f_i la fréquence image.
f_l la fréquence ligne.
N le nombre de lignes visibles.
N_0 le nombre de lignes total.

On a les relations :

$$L = KH$$
$$H = Np = \alpha_i N_0 p$$

donc

$$L = K\,\alpha_i N_0\,p$$

L est la longueur parcourue par le spot pendant le temps que dure le balayage d'une ligne visible, à savoir :

$$\frac{\alpha_l}{f_l} = \frac{\alpha_l}{N_0 f_i}$$

(1) Par précaution, nous avons fait le calcul en n'intégrant (14) que de 0 à 1/2 pour éliminer l'influence des boucles négatives de v_s. On trouve alors :

$$l_{eff} = \frac{3\,\mathrm{Si}\,\pi - \mathrm{Si}\,3\pi}{\mathrm{Si}\,3\pi + 2\,\mathrm{Si}\,2\pi + \mathrm{Si}\,\pi}\lambda_0 \neq 0{,}61\,\lambda_0$$

Calculs numériques faits avec les valeurs : $\mathrm{Si}\,\pi = 1{,}85$; $\mathrm{Si}\,2\pi = 1{,}42$; $\mathrm{Si}\,3\pi = 1{,}66$

valeur très proche de la valeur (15).

Ces résultats diffèrent d'environ 20 % de celui de Wheeler et Loughren qui, d'après leur conception de la largeur effective énoncent : « La largeur effective de la tache-image est égale au déplacement du spot pendant 1/2 période de la fréquence f_0 », ce qui donne avec nos notations :

$$l_{eff} = 0{,}5\,\lambda_0.$$

Enfin, comme la largeur effective correspondra, sur l'écran, au seuil de perception de l'œil, nous sommes sûrs que les franges marginales dont la longueur d'onde est inférieure à ce seuil sont invisibles. A ce point de vue encore, les réponses (7) et (8) seraient moins favorables.

donc la vitesse c de balayage horizontal est :

$$c = \frac{K \alpha_l N_0 p}{\frac{\alpha_l}{N_0 f_i}} = K \frac{\alpha_i}{\alpha_l} N_0^2 f_i p$$

Or, rapprochant les formules (13) et (16), il vient :

$$f_0 = \frac{0{,}59}{2{,}1} \frac{c}{p} = 0{,}28 \frac{c}{p} \quad (17)$$

d'où

$$f_0 = 0{,}28\ K \frac{\alpha_i}{\alpha_l} N_0^2 f_i$$

c'est-à-dire, en prenant :

$K = 4/3$

$\alpha_i = 0{,}9$

$\alpha_l = 0{,}85$

$f_i = 12{,}5$ c/s (entrelacé d'ordre 4 choisi plus haut) il vient :

$$f_0 = 4{,}96\ N_0^2 \quad (18)$$

Pour arrondir cette formule, nous écrirons :

$$\boxed{f_0 = 5\ N_0^2} \quad (18\ bis)$$

f_0 pouvant être exprimé en mégacycles, à condition d'exprimer N_0 en kilolignes.

II. — Introduction des spots non filiformes

Soit $E(y)$ la répartition de l'éclairement selon une ligne horizontale de la mosaïque, en fonction de l'abscisse y sur cette ligne. Soit $a_v(\eta)$ (voir figure 16) la densité d'analyse du spot analyseur, en fonction de l'abscisse η dans le système d'axes mobiles $\Omega\xi$, $\Omega\eta$, centré sur le spot et l'accompagnant dans son mouvement. Le signal vidéo

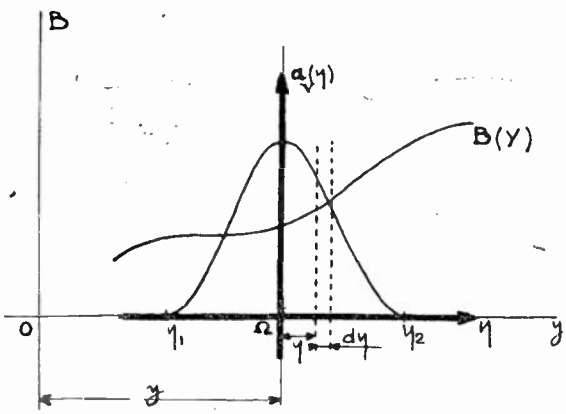


FIG. 16. — Exploration par un spot non filiforme.

issu du tube analyseur est donné en fonction du temps par la formule :

$$v_e(t) = \int_{\eta_2}^{\eta_1} a_v(\eta) E(y + \eta) d\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} a_v(\eta) E(y + \eta) d\eta \quad (19)$$

dans laquelle l'abscisse dépend du temps par la formule :

$y = c\,t$ (c vitesse linéaire du spot)

Si l'on analyse l'image par un spot filiforme, le signal issu du tube analyseur est $E(c\,t)$, signal qu'on peut décomposer en une somme d'impulsions élémentaires par la formule :

$$E(c\,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\alpha) \mathcal{J}(\alpha - c\,t)\, d\alpha. \quad (20)$$

Supposons qu'à la sortie de l'analyseur, on intercale un filtre tel qu'au signal entrant $\mathcal{J}(c\,t)$ corresponde le signal sortant $a_v\ (c\,t)$; au signal entrant $E(c\,t)$ défini par (20) correspondra le signal sortant :

$$E_1(c\,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\alpha)\, a(\alpha - c\,t)\, d\alpha \quad (21)$$

formule qui, rapprochée de (19), montre que :

$$E_1(c\,t) = v_e(t).$$

Ainsi, le spot $a_v(\eta)$ peut être remplacé par un spot filiforme à condition d'ajouter dans la chaîne un filtre tel qu'à une impulsion $\mathcal{J}(t)$ entrante corresponde le signal sortant $a_v(ct)$. Ce circuit existe, sa réponse en fréquence n'est autre que le spectrogramme de $a_v(ct)$ (1).

Du côté du récepteur, si le Wehnelt d'un tube à spot filiforme est attaqué par un signal $v_s(t)$, la brillance $B_1(y)$ répartie sur une ligne d'analyse varie en fonction des abscisses y comme

$$B_1(y) = v_s(t) \qquad (y = c\,t),$$

si l'unité de brillance est judicieusement choisie. Si au contraire le spot présente une densité d'analyse variant comme $A_v(\eta)$ (η comme plus haut), la brillance $B(\gamma)$ est donnée par la formule :

$$B(y) = \int_{\eta_1}^{\eta_2} A_v(\eta) v_s\left(\frac{y - \eta}{c}\right) d\eta$$

Faisant, dans l'intégrale, le changement $\eta = -\xi$ et profitant de la symétrie de $A(\eta)$, on obtient une formule analogue à la formule (19), montrant que $B(ct)$ se déduit de $v_s(t)$ par la même opération que celle qui fait passer de $E(ct)$ à $v_e(t)$. A la réception comme à l'analyse, on peut tenir compte de la diffusion du spot par une correction électrique.

Caractéristique des amplificateurs :

a) *A la prise de vues :*

Lorsque le spot analyse un élément de la ligne verticale lumineuse objet (voir fig. 17), chaque

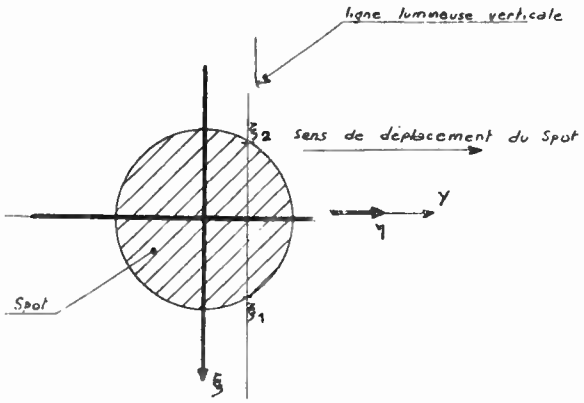


FIG. 17. — Analyse d'une ligne verticale.

élément de ligne fournit un élément de signal proportionnel à la densité locale du spot. Si η repré-

(1) Le spot étant supposé symétrique ($a_v(ct)$ fonction paire du temps), la correction électrique correspondante n'introduit aucune rotation de phase.

sentant l'abscisse instantanée de la ligne-objet, la densité d'analyse $a_v(\tau_i)$, proportionnelle au signal instantané est :

$$a_v(\tau_i) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \dot{z}(\xi, \tau_i)\, d\xi.$$

Le spot étant de révolution, $a_v(\tau_i)$ n'est pas différent du $a_h(x)$ de la formule (4) et avec le spot idéal, on a :

$$a_v(\tau_i) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{\tau_i}{p}\right). \tag{22}$$

b) *Sur l'écran de réception.*

Une impulsion brève appliquée sur le Wehnelt du tube récepteur provoque l'apparition sur l'écran d'une tache circulaire. Ainsi — même en supposant le spot de l'iconoscope filiforme et la chaîne de transmission sans distorsion — l'image d'une ligne verticale est non pas uniforme, mais formée d'une succession de taches empiétant les unes sur les autres. Ce phénomène ne risque pas de produire d'apparence de perles, ni de moirures aux yeux du spectateur puisque sa période spatiale est vue sous un angle inférieur au pouvoir séparateur. Nous admettrons donc avec Wheeler et Loughren que l'aspect est sensiblement le même que s'il y avait une infinité de spots.Moyennant cette légère hypothèse, la répartition horizontale de la brillance de l'image correspondant à un signal impulsif sur le Wehnelt est :

$$B(\tau_i) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{\tau_i}{p}\right). \tag{23}$$

Ainsi, la distorsion électrique compensant le spot

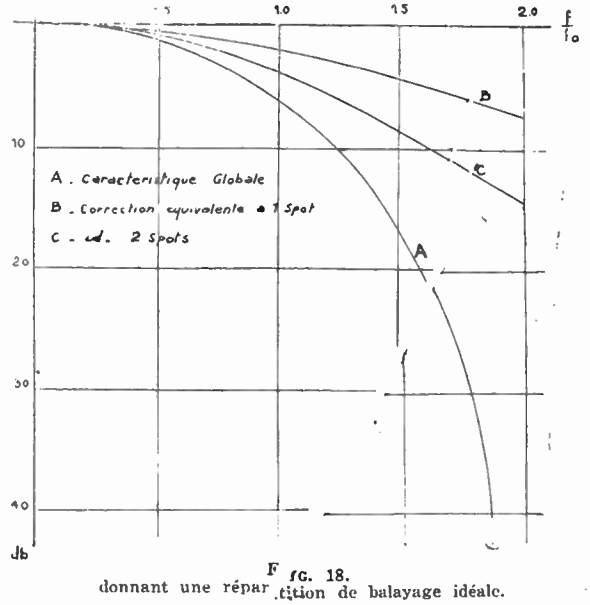


FIG. 18.
donnant une répartition de balayage idéale.

à la réception est la même qu'à la prise de vues.

La courbe A de la figure 18 représente, exprimée en décibels, la caractéristique globale de la chaîne d'amplification, définie comme il a été montré plus haut par la formule :

$$A(f) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{f}{2f_0}\right) \tag{9}$$

pour les fréquences inférieures ou égales à $2\,f_0$.

La courbe B représente la quote-part de $A(f)$ provenant de la diffusion du spot analyseur (ou du spot synthétiseur). C'est le spectrogramme $A_1(f)$ du signal :

$$v(t) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos \pi \frac{ct}{p}\right). \tag{24}$$

Ce spectrogramme se calcule aisément en remarquant que les formules (9) et (12) établissent une correspondance de Fourier entre des fonctions de variables τ et φ proportionnelles respectivement à :

$$1 + \cos \pi \frac{\tau}{\tau_0} \qquad \text{et} \qquad \frac{\sin 4\pi \dfrac{\varphi}{\varphi_0}}{\dfrac{\varphi}{\varphi_0} - 16\left(\dfrac{\varphi}{\varphi_0}\right)^3}.$$

Il suffit moyennant la relation $\varphi_0 = \dfrac{2}{\tau_0}$, pour obtenir le spectrogramme de (24), de prendre $\tau = t$, $\varphi = f$ et de remplacer τ_0 par $\dfrac{p}{c}$, c'est-à-dire φ_0 par $\dfrac{2c}{p}$ soit, d'après (17), par $\dfrac{f_0}{0{,}14}$. On obtient ainsi :

$$A_1(f) = \frac{\sin\left(4\pi \,.\, 10{,}4 \dfrac{f}{f_0}\right)}{\left(0{,}14 \dfrac{f}{f_0}\right) - 16\left(0{,}14 \dfrac{f}{f_0}\right)^3}. \tag{25}$$

Les valeurs de $A_1(f)$ peuvent se relever sur la figure 15, à condition de changer les abscisses, ce

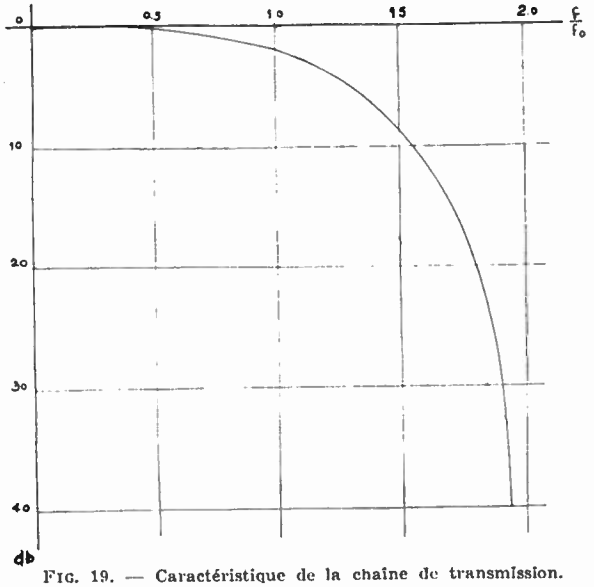


FIG. 19. — Caractéristique de la chaîne de transmission.

qui peut se faire en utilisant l'échelle inférieure marquée $\dfrac{f}{f_0}$. La courbe B de la figure 18 n'est autre que la traduction logarithmique des valeurs ainsi relevées dans l'intervalle $0 \leqslant \dfrac{f}{f_0} \geqslant 2$.

La courbe C est analogue à la courbe B mais fait intervenir les deux spots simultanément. Ses ordonnées sont le double de celles de la courbe B.

La différence entre les ordonnées de A et celles de C représente la caractéristique de la chaîne électrique. Cette caractéristique est tracée sur la figure 19.

Remarques. - Les calculs et raisonnements précédents supposent essentiellement la linéarité des opérations intégro-différentielles correspondant à tous les éléments de la chaîne. En fait, les iconoscopes, les tubes de réception et les amplificateurs ont un certain « gamma », donc nos calculs ne sont que des approximations d'autant plus vraies que ce gamma sera voisin de I. Une autre circonstance de la même nature se produit pour les contours sur fond noir, lorsque les crêtes négatives de la tension de Wehnelt dépassent la tension de cut-off de celui-ci. La théorie précédente est impuissante et il faudrait recourir à un appareil mathématique compliqué après avoir fait une hypothèse sur les caractéristiques en tensions des tubes. On voit tout ce qu'il y aurait d'illusoire dans une telle théorie, aussi nous contenterons-nous de ce qui précède, reprenant la remarque déjà faite lors du calcul de la largeur effective de la tache.

CONCLUSION

Les considérations precédentes orientent la recherche du standard télévisuel français dans le sens de l'adoption à brève échéance de l'un des deux systèmes suivants :

a) Si, après vérification expérimentale de nos raisonnements relatifs à la trame et aux papillottements, l'entrelacement d'ordre 4, à séquence enchevêtrée, donne satisfaction et est adopté, l'image standard pourra comporter un nombre de lignes de l'ordre de 1.200 ou 1.300 et la fréquence moyenne de coupure f_0 des amplificateurs sera donnée par la formule

$$f_0 = 5\ N_u^2$$

b) Si l'entrelacement d'ordre 4 ne peut être adopté, soit pour des raisons de principe, soit pour des questions de réalisation pratique, il faudra vraisemblablement se rabattre sur l'entrelacé d'ordre 2, la fréquence de coupure f_0 étant donnée par la formule

$$f_0 = 10\ N_0^2$$

aussi pour ne pas aboutir à une bande passante d'une étendue prohibitive, il faudra vraisemblablement se contenter d'un nombre de lignes de 800 ou 900.

Dans les deux cas, la fréquence de la trame fractionnaire sera de 50 par seconde et la chaîne d'amplification aura une réponse dont la caractéristique amplitude/fréquence sera voisine de celle représentée en fonction de f/f_0 sur la figure 19. La distorsion de phase devra être aussi réduite que possible dans la bande transmise.

BIBLIOGRAPHIE

Delaby. — Définition et bande passante en télévision. *Bulletin technique de la Radiodiffusion,* sept. 1942.

Delvaux. — La haute définition en télévision. *Document technique C. F. T. H.,* 23 avril 1943.

Hankee. — Rapport du Comité de Télévision britannique, 20 décembre 1944.

Mandel. — L'appareillage de télévision à 1015 lignes de la Compagnie des Compteurs à Montrouge. (*L'Onde Electrique,* janvier 1945).

Schröter. — L'image de télévision. *Hausmitteinlungen der Telefunken Gesellschaft,* septembre 1938.

Smith, etc. — Technical plan for postwar Television. *Electronics,* août 1944.

Tarbes. — Les tubes transmetteurs de télévision, leur fabrication en France. *Bulletin Soc. Fse des Electriciens,* octobre 1939.

Wheeler et Loughren. — The Fine Structure of Television Images, *P. I. R. E.,* mai 1938.

Wheeler. — The Interpretation of Amplitude and Phase distorsion in terms of paised echoes, *P. I. R. E.,* juin 1939.

Widemann. — Définition horizontale et verticale des systèmes de télévision. *Cahiers techniques S. A. D. I. R.,* décembre 1944.

LA MODULATION DE FREQUENCE

PAR

P. BESSON

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées

(*Suite*) (1)

CHAPITRE V

SPECTRE DES OSCILLATIONS MODULEES EN FREQUENCE

Nous chercherons maintenant à déterminer, dans les divers cas possibles, le spectre des oscillations modulées en fréquence, et nous verrons que le problème est beaucoup plus complexe que pour des oscillations simplement modulées en amplitude.

A. — Rappel de notions générales.

Rappelons, d'abord, comment s'introduit la notion de « spectre » dans le cas des oscillations modulées en amplitude. Soit :

$$i = a\,(1 + k\cos\Omega t)\,\sin\omega t \qquad (14)$$

l'équation d'un courant oscillant modulé sinusoïdalement en amplitude (en prenant pour origine des temps l'un des instants où la modulation est maxima, et en faisant abstraction de la phase relative des oscillations de haute fréquence et de la modulation, ce que l'on peut toujours admettre, étant donné l'hypothèse faite que la fréquence de modulation est beaucoup plus basse que la fréquence des oscillations non modulées). a est l'amplitude en l'absence de modulation, et ce sera aussi l'amplitude de l'onde porteuse ; k (compris entre 0 et 1) est la profondeur de modulation (qui peut s'exprimer en % de l'unité) ; Ω est la pulsation de modulation, et ω la pulsation des oscillations de haute fréquence dont on module l'amplitude.

En décomposant le produit de fonctions circulaires, on obtient :

$$i = a\sin\omega t + k\frac{a}{2}\sin(\omega+\Omega)t + k\frac{a}{2}\sin(\omega-\Omega)t \qquad (15)$$

d'où l'onde porteuse d'amplitude a et de pulsation ω $\left(\text{fréquence } f = \frac{\omega}{2\pi}\right)$, et les ondes latérales d'amplitude $\frac{ka}{2}$ et de pulsations

$$\omega+\Omega\left(\text{fréquence } f+F=\frac{\omega+\Omega}{2\pi}\right)$$

$$\text{et } \omega-\Omega \text{ fréquence } f-F=\frac{\omega-\Omega}{2\pi}\Big).$$

(1) Voir *O.E.*, 226, pages 6 à 25.

On insiste peu, en général, sur la *phase* de ces ondes latérales par rapport à celle de l'onde porteuse, et c'est sans doute parce qu'il peut paraître délicat de définir une différence de phase entre fonctions périodiques de périodes différentes. On ne peut évidemment parler que de la différence de phase à un *moment donné*. Avec les hypothèses faites ci-dessus, on constate que les ondes latérales sont toutes deux en phase avec l'onde porteuse *au moment du maximum de modulation* (c'est pour mettre plus simplement en évidence ce phénomène que nous avons choisi une origine des temps telle que, pour $t = 0$, on se trouve à ce maximum de modulation, et nous ferons de même ci-dessous pour l'étude du spectre des oscillations modulées en fréquence). Elles seront décalées toutes deux de $\frac{\pi}{2}$ sur l'onde porteuse (l'onde supérieure en avance, l'onde inférieure en retard) au moment où la modulation ne modifiera pas l'amplitude des oscillations (et, en effet, les deux ondes latérales s'annulent mutuellement alors, l'onde modulée se réduisant à l'onde porteuse). Enfin, elles seront toutes deux de nouveau en phase, mais déphasées de π sur l'onde porteuse, au moment des minima de la modulation.

FIG. 27.

Reprenons la représentation vectorielle de la figure 6. Actuellement, les oscillations étant modulées seulement en amplitude et gardant une phase (et par suite une fréquence instantanée) constante, elles seront représentées par le vecteur OA de la figure 27, dont la direction reste fixe et dont la grandeur varie sinusoïdalement entre OB et OC. Sur la figure 28, on a indiqué en OA l'onde porteuse ; les deux ondes latérales sont représentées par des vecteurs Aa_1 et Aa_2, tournant par rapport à l'onde porteuse avec une vitesse angulaire Ω, l'un, le vecteur Aa_1, figurant l'onde porteuse supérieure, dans le sens positif, et l'autre, le vecteur Aa_2, figurant l'onde porteuse inférieure, dans le sens négatif.

La résultante des deux ondes latérales, qui est le « vecteur de modulation » Am, est ainsi tou-

jours dirigée suivant OA, et s'ajoute ou se retranche à l'onde porteuse, Si l'on produit un déphasage de la modulation, il s'ensuit un déphasage correspondant des ondes latérales par rapport à l'onde porteuse, de façon qu'elles soient toujours en phase avec l'onde porteuse au moment du maximum de la modulation.

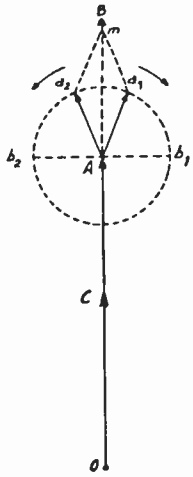


FIG. 28.

Supposons maintenant que la modulation ne soit plus sinusoïdale, mais qu'elle puisse être représentée par une fonction périodique G (t), de période T, le courant oscillant pouvant alors s'écrire :

$$i = a\,(1 + kG(t))\sin \omega t. \qquad (16)$$

En décomposant la fonction G (t) en série de Fourier, et en posant $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, on obtient pour l'équation du courant :

$$i = a \sin \omega t + akk_1 \cos \Omega t \sin \omega t + akk_2 \cos (2\Omega t + \varphi_2) \sin \omega t + akk_3 \cos (3\Omega t + \varphi_3) \sin \omega t + \ldots\ldots \qquad (17)$$

ce qui fait apparaître l'onde porteuse et une série de vecteurs de modulation, que l'on peut chacun décomposer en un jeu de deux ondes latérales. On obtient ainsi une série d'ondes latérales supérieures, de pulsations $\omega + \Omega$, $\omega + 2\Omega$, $\omega + 3\Omega$, etc... et une série d'ondes latérales inférieures, de pulsations $\omega - \Omega$, $\omega - 2\Omega$, $\omega - 3\Omega$, etc...

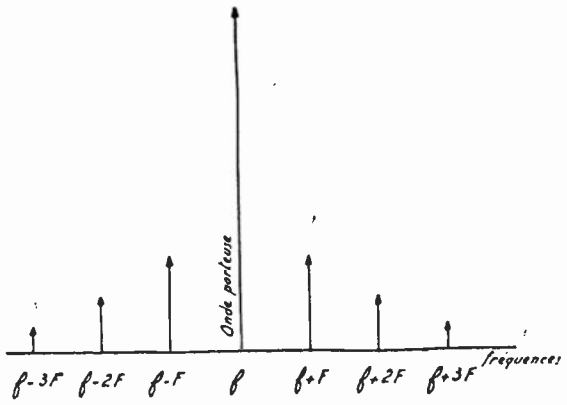


FIG. 29.

Le spectre correspondant est représenté, suivant la forme habituelle, sur la figure 29. Si l'on veut éviter la « surmodulation », l'intensité de l'onde porteuse doit toujours rester supérieure à la somme des intensités de toutes les ondes latérales, compte tenu de leurs phases relatives. Il s'ensuit que, pratiquement, l'onde porteuse est toujours beaucoup plus intense qu'une onde latérale déterminée.

La figure 30 reproduit la représentation vectorielle de la figure 28, mais, cette fois, avec la représentation des premières ondes latérales Aa_1 et Aa_2, et des secondes ondes latérales Ae_1 et Ae_2. Chaque couple d'ondes latérales passe en phase avec l'onde porteuse au moment du maximum de la sinusoïde de fréquence correspondante, qui constitue l'une des composantes de la modulation. Le décalage des paires d'ondes latérales entre elles dépend de la phase relative de ces sinusoïdes, et, par conséquent, de la forme de la fonction G (t).

FIG. 30.

Le vecteur de modulation est la résultante des vecteurs Aa et Ae de la figure 30 ; il est, bien entendu, disposé dans la direction du vecteur représentant l'onde porteuse OA, puisque la modulation n'affecte que l'amplitude.

Passons maintenant au cas plus complexe où la modulation affecterait simultanément l'amplitude et la phase (et, par suite, la fréquence instantanée) des oscillations de haute fréquence. Les oscillations ainsi modulées pourront être représentées par un vecteur OA (figure 31) qui, cette fois-ci, n'aura pas une direction fixe, mais dont l'extrémité A décrira une certaine courbe (C). Dans tous les cas, on pourra décomposer ce vecteur en deux composantes OA_1 et OA_2, par projection sur deux axes rectangulaires Oy et Ox ; chacune de ces composantes, de direction fixe, représentera, par conséquent, une oscillation de haute fréquence, modulée uniquement en amplitude (avec, toutefois, la possibilité d'une variation brusque de π de la phase, au moment du passage par zéro, ce qui, sur la figure 31, se produit par exemple pour le vecteur OA_2, lorsque l'extrémité du vecteur OA se trouve sur Oy). Ainsi, d'une façon tout à fait générale, des oscillations modulées, soit uniquement en fréquence, soit simultanément en amplitude et en fréquence, peuvent toujours être considérées comme *la somme de deux oscillations modulées uniquement en amplitude* (en général non sinusoïdalement) avec la possibilité de variations brusques de π de la phase, et avec des ondes porteuses de même fréquence, *qui sont déphasées entre elles de* $\frac{\pi}{2}$.

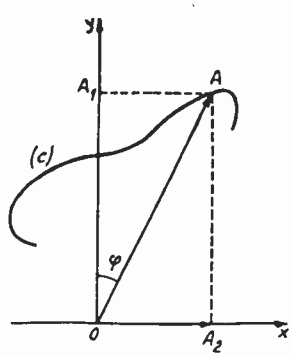


FIG. 31.

L'oscillation modulée en amplitude, représentée par le vecteur OA_1, constituera, par exemple, le terme dit « en phase », et l'oscillation représentée par le vecteur OA_2 représentera le terme dit « en quadrature ».

Cette décomposition permet de se rendre compte assez facilement de certaines propriétés

des ondes modulées en fréquence, et on en trouvera des applications plus loin.

On examinera maintenant ce qui se passe lorsque, dans le cas d'oscillations modulées sinusoïdalement en amplitude, représentées par les vecteurs de la figure 28, on modifie (par exemple par des circuits sélectifs) la grandeur et la phase relative des deux ondes latérales (Bibl. 14). On voit immédiatement qu'alors le vecteur de modulation Am ne reste plus dans la direction du vecteur représentant l'onde porteuse OA ; la résultante des deux vecteurs oscille par rapport à la direction OA, et l'on a fait naître ainsi une modulation de phase (et, par suite, de fréquence instantanée) qui vient s'ajouter à la modulation d'amplitude. Si l'on arrivait à produire une variation des ondes latérales Aa_2 et Aa_1 telle que la résultante de l'onde porteuse OA et du vecteur de modulation garde une grandeur constante et

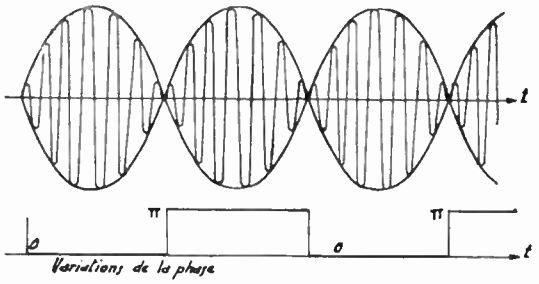


FIG. 32.

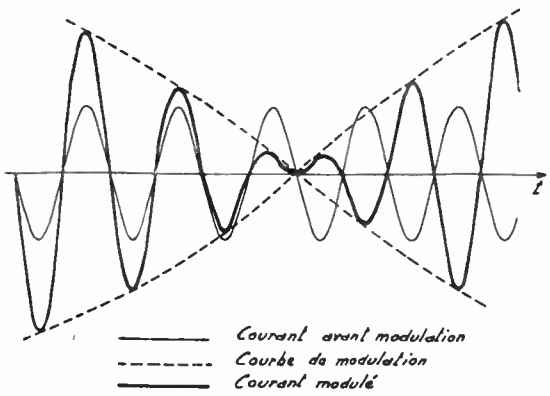


FIG. 33.

oscille seulement de part et d'autre de la direction OA, on obtiendrait finalement une modulation de phase pure, exempte de toute modulation d'amplitude.

Pour en terminer avec ces généralités, on peut étudier enfin ce qui advient si l'on supprime l'onde porteuse, et si l'on considère des oscillations qui seraient constituées simplement par la superposition de deux sinusoïdes de pulsations $\omega + \frac{\Omega}{2}$ et $\omega - \frac{\Omega}{2}$ (c'est-à-dire, par exemple, des deux seules ondes latérales de la figure 28).

L'équation de telles oscillations est :

$$i = \frac{a}{2} \sin\left(\omega + \frac{\Omega}{2}\right) t + \frac{a}{2} \sin\left(\omega - \frac{\Omega}{2}\right) t, \quad (18)$$

ou

$$i = a \cos \Omega t \sin \omega t. \quad (19)$$

On voit ainsi qu'elles ont la forme représentée sur la figure 32. D'une alternance de la modulation à l'alternance suivante, il se produit un retournement brusque de la phase, représenté sur la courbe inférieure, figurant les variations de phase, et précisé sur la figure 33, agrandissement de la partie supérieure de la figure 32, au voisinage du passage par zéro de la modulation. Ce retournement peut rendre intuitif le fait qu'il n'y a plus alors d'onde porteuse : si les oscillations de la figure 32 sont appliquées à un circuit accordé sur la fréquence médiane, de pulsation ω ce circuit sera excité avec une certaine phase pendant l'une des alternances, puis avec une phase inverse pendant l'alternance suivante. Au total, son excitation sera nulle (1).

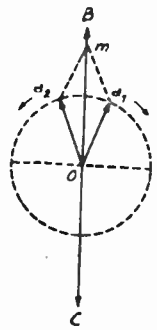


FIG. 35.

La figure 35 est le diagramme vectoriel correspondant à ce type d'ondes, avec les deux ondes latérales Oa_1 et Oa_2, dont les extrémités décrivent une circonférence, et l'oscillation résultante Om, dont l'amplitude varie entre OB et OC, et qui est, par conséquent, modulée uniquement en amplitude, avec toutefois le retournement brusque de π de la phase lors du passage du point m par le point O, qui a déjà été indiqué ci-dessus.

(1) Toute autre serait la situation avec les oscillations d'équation :

$$i = a \mid \cos \Omega t \mid \sin \omega t. \quad (20)$$

le signe $\mid \; \mid$ désignant la *valeur absolue* de la fonction cosinus. C'est là le courant qui serait obtenu en modulant en amplitude un courant de haute fréquence, par exemple par la tension fournie par un redresseur redressant les deux alternances du courant alternatif d'alimentation, sans aucun filtrage. Dans ce cas, l'enveloppe des oscillations est la même que précédemment, mais il n'y a pas retournement brusque de la phase lors du passage par zéro de la modulation, et le courant au voisinage de ces zéros est représenté, non plus par la figure 33, mais par la figure 34. Le spectre, au lieu de comprendre simplement deux ondes latérales, sans onde porteuse, comprend une onde porteuse et un grand nombre d'ondes latérales (puisque la modulation n'est pas sinusoïdale). On l'obtient en décomposant en série de Fourier la fonction $\mid \cos \Omega t \mid$.

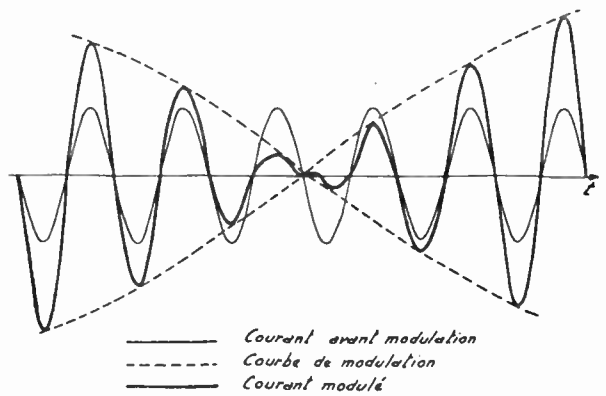


FIG. 34.

On peut noter le point intéressant suivant : après détection, les oscillations de haute fréquence de la figure 32 et celles qui viennent d'être examinées donnent *exactement* le même courant de basse fréquence ; cependant leurs spectres sont entièrement différents, et la première n'occupe qu'une bande de fréquence beaucoup plus étroite que la seconde.

B. — Cas d'une seule fréquence de modulation.

Abordons maintenant le problème du spectre d'une oscillation modulée en fréquence dans le cas d'une modulation sinusoïdale, c'est-à-dire dans le cas d'une seule fréquence de modulation.

Nous écrirons l'équation du courant ainsi modulé sous la forme :

$$i = a \sin\left(\omega t + \frac{k\omega}{\Omega} \sin \Omega t\right) \qquad (21)$$

ou

$$i = a \sin (\omega t + m \sin \Omega t) \qquad (22)$$

qui dérive de l'équation (9), par simple changement de l'origine des temps, choisie, comme précédemment, pour qu'alors la modulation soit maxima, c'est-à-dire, dans ce cas, pour que la fréquence soit maxima. m est l'indice de modulation $\frac{k\omega}{\Omega} = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$. La fréquence instantanée a pour valeur :

$$f = \frac{1}{2\pi}(\omega + m\Omega \cos \Omega t) = \frac{1}{2\pi}(\omega + \Delta\omega \cos \Omega t)$$
$$= f_0 + \Delta f \cos \Omega t \qquad (23)$$

et l'on voit bien ainsi qu'elle est maxima pour $t = 0$.

Soit $\mathcal{J}_n(x)$, la fonction de Bessel de première espèce et de n ème ordre (1) ; utilisons les formules suivantes, désignées parfois sous le nom de formules de Neuman :

$$\sin (x \sin r) = 2\mathcal{J}_1(x) \sin r + 2\mathcal{J}_3(x) \sin 3r + 2\mathcal{J}_5(x) \sin 5r + \ldots\ldots$$
$$\cos (x \sin r) = \mathcal{J}_0(x) + 2\mathcal{J}_2(x) \cos 2r + 2\mathcal{J}_4(x) \cos 4r + \ldots\ldots$$

On tire alors de l'équation (22) ci-dessus :

$$i = a [\mathcal{J}_0(m) \sin \omega t + 2\mathcal{J}_1(m) \sin \Omega t \cos \omega t + 2\mathcal{J}_2(m) \cos 2\Omega t \sin \omega t + 2\mathcal{J}_3(m) \sin 3\Omega t \cos \omega t + \ldots\ldots] \qquad (24)$$

ce qui montre que l'onde est la somme d'une onde porteuse et d'une série de vecteurs de modulation correspondant aux pulsations Ω, 2Ω, 3Ω, etc..., les uns en phase avec l'onde porteuse, les autres décalés de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à elle.

Si l'on décompose à leur tour les produits de fonctions circulaires en une somme de telles fonctions, on arrive à l'expression du spectre de l'onde (Bibl. 3, 4, et 9), soit :

$$i = a [\mathcal{J}_0(m) \sin \omega t + \mathcal{J}_1(m) [\sin (\omega + \Omega) t - \sin (\omega - \Omega) t] + \mathcal{J}_2(m) [\sin (\omega + 2\Omega) t + \sin (\omega - 2\Omega) t] + \mathcal{J}_3(m) [\sin (\omega + 3\Omega) t - \sin (\omega - 3\Omega) t] + \ldots\ldots] \qquad (25)$$

ce qui, sous une forme plus condensée (Bibl. 15), peut s'écrire :

$$i = a \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \mathcal{J}_n(m) \sin (\omega + n\Omega) t \qquad (26)$$

en posant :

$$\mathcal{J}_{-n} = (-1)^n \mathcal{J}_n.$$

On voit combien ce résultat diffère de celui concernant une onde modulée en amplitude. Ici, même dans le cas de la modulation sinusoïdale, on obtient un nombre *infini* d'ondes latérales, les unes supérieures, de pulsations $\omega + \Omega$, $\omega + 2\Omega$, $\omega + 3\Omega$, ..., etc., les autres inférieures, de pulsations $\omega - \Omega$, $\omega - 2\Omega$, $\omega - 3\Omega$, etc...

En modulation d'amplitude, lorsque, la tension de modulation étant sinusoïdale, des ondes latérales correspondant aux harmoniques de pulsations 2Ω, 3Ω, etc... naissent, on en déduit qu'il y a déformation non linéaire dans le modulateur. Il faut évidemment bien se garder de reprendre le même raisonnement dans le cas de la modulation de fréquence (2). Non seulement les ondes latérales correspondant aux pulsations 2Ω, 3Ω, etc... ne révèlent pas une déformation, mais c'est leur *suppression* qui entraînerait une telle déformation de la modulation de fréquence.

Les amplitudes de deux ondes latérales de fréquences symétriques par rapport à la fréquence de l'onde porteuse sont égales entre elles, et caractérisées par la fonction de Bessel, d'ordre égal au rang des ondes latérales considérées, et ayant pour argument l'indice de modulation. Le spectre est donc symétrique par rapport à l'onde por-

---

(1) Les fonctions de Bessel de première espèce — les seules utilisées ici — sont des fonctions représentables par des séries infinies de termes, qui s'introduisent dans les problèmes où apparaît le « sinus d'un cosinus » ou le « sinus d'un sinus », par exemple dans l'étude des oscillations d'un pendule dont la longueur varie d'une manière continue (problème du balancement d'un seau, tandis qu'on le fait descendre dans un puits).

Il n'est naturellement pas possible de donner ici plus de détails sur ces fonctions, à l'étude desquelles sont consacrés de volumineux traités. Leurs valeurs numériques, pour les divers ordres n et pour diverses valeurs de la variable x, sont données par des tables ou des courbes.

En dehors des formules de Neuman, utilisées ci-dessus, on indiquera le développement en série des fonctions d'ordre zéro et un :

$$\mathcal{J}_0(x) = 1 - \frac{(0,5x)^2}{(1!)^2} + \frac{(0,5x)^4}{(2!)^2} - \frac{(0,5x)^6}{(3!)^2} + \ldots\ldots$$

$$\mathcal{J}_1(x) = 0,5\,x \left[1 - \frac{(0,5x)^2}{1!\,2!} + \frac{(0,5x)^4}{2!\,3!} - \frac{(0,5x)^6}{3!\,4!} + \ldots\ldots\right]$$

et les formules de récurrence suivantes :

$$\frac{d\mathcal{J}_n(x)}{dx} = \frac{n}{x}\mathcal{J}_n(x) - \mathcal{J}_{n+1}(x) = -\frac{n}{x}\mathcal{J}_n(x) + \mathcal{J}_{n-1}(x)$$

$$\mathcal{J}_{n+1}(x) - \frac{2n}{x}\mathcal{J}_n(x) + \mathcal{J}_{n-1}(x) = 0.$$

Dans le cas particulier où l'on fait $n = 0$, la première formule devient :

$$\frac{d\mathcal{J}_0(x)}{dx} = -\mathcal{J}_1(x).$$

(2) Ici encore, on trouve un exemple d'une erreur parfois commise à l'étranger : certains auteurs — transposant les idées acquises dans le domaine de la modulation d'amplitude — cherchaient à éviter la naissance des secondes ondes latérales correspondant à la pulsation 2Ω et, pour cela, limitaient le taux de modulation et, par conséquent, l'indice de modulation, à la valeur pour laquelle l'intensité de ces ondes ne dépassait pas 3 % à 5 % de l'intensité de l'onde porteuse. Mais comme — ainsi qu'on l'a déjà signalé et qu'on le précisera plus loin — les avantages de la modulation de fréquence sur la modulation d'amplitude sont surtout marqués pour les *grands* indices de modulation, ils en tiraient la conclusion que la modulation de fréquence n'était pas intéressante.

teuse (1). Comme, d'autre part, l'indice de modulation est inversement proportionnel à la fréquence de modulation, l'intensité des ondes latérales considérées dépend, par conséquent, toutes choses égales d'ailleurs, de cette fréquence, ce qui est encore une différence notable avec le cas de la modulation d'amplitude.

Enfin, la phase même des ondes latérales par rapport à l'onde porteuse présente des particularités importantes que l'on étudiera plus loin d'une manière détaillée, mais qui seront dès maintenant indiquées, dans le cas des faibles indices de modulation :

1° Si l'on considère d'abord un couple d'ondes latérales supérieure et inférieure, *de rang impair*, l'onde latérale supérieure est en phase avec l'onde porteuse au moment du maximum de modulation, et l'onde latérale inférieure se trouve en opposition de phase ;

2° Dans le cas d'un couple d'ondes latérales de *rang pair*, les deux ondes sont en phase avec l'onde porteuse au moment du maximum de modulation, comme les deux ondes latérales d'une modulation en amplitude.

Il est essentiel de noter que c'est cette relation de phase, nettement définie, qui fait que le spectre est celui d'oscillations modulées en fréquence, à l'exclusion de toute modulation d'amplitude. Si elle n'était pas observée (et si, par exemple, le passage à travers des circuits sélectifs la modifiait), il s'ensuivrait l'introduction d'une certaine modulation d'amplitude, venant se superposer à la modulation de fréquence.

Dans le cas, par exemple, où toutes les ondes latérales de l'équation (25) se trouveraient simultanément en phase avec l'onde porteuse à l'instant $t = 0$, cette équation représenterait, non plus un courant modulé en fréquence, mais un courant modulé uniquement en amplitude, avec une modulation non sinusoïdale.

Pour bien mettre ce fait en évidence, supposons que, disposant d'une série d'ondes constituant l'onde porteuse et les ondes latérales de l'équation (25), ayant chacune l'intensité fixée par cette équation, nous soyons maître de régler les phases relatives de ces ondes à un moment donné, et posons-nous les trois problèmes suivants :

a) Quelles doivent être les phases relatives pour que les oscillations résultant de l'addition de toutes ces ondes soient modulées uniquement en amplitude ?

D'après ce qui a été vu plus haut, la réponse est que les deux ondes latérales de tout couple correspondant à une certaine pulsation $n\Omega$ aient des phases telles qu'elles passent simultanément en phase avec l'onde porteuse à un instant déterminé, ces instants pouvant ne pas être les mêmes pour tous les couples d'ondes latérales à considérer.

b) Quelles doivent être maintenant les phases relatives pour que les oscillations résultant de l'addition de toutes ces ondes soient modulées uniquement en amplitude, mais que, cette fois, la profondeur de modulation soit maxima ?

A la condition précédente, il faut alors ajouter que les instants où chaque couple d'ondes latérales passe en phase avec l'onde porteuse soient les mêmes pour tous ces couples. Alors, à un moment donné, tous les vecteurs de modulation s'ajouteront à l'onde porteuse, et, à un autre moment, ils s'en retrancheront simultanément.

c) Quelles doivent être enfin les phases relatives pour que les oscillations soient modulées uniquement en fréquence, et absolument pas en amplitude ?

La relation entre les phases doit alors être celle résultant de l'équation (25) et qui a été exposée plus haut, les couples d'ondes latérales de rang pair se comportant comme des ondes latérales d'une modulation d'amplitude, tandis que les couples d'ondes latérales de rang impair se comportent d'une manière très différente.

On peut voir facilement que toute autre relation que celle-ci introduirait une certaine modulation d'amplitude, et que, par conséquent, la loi qui conduit à une modulation de fréquence pure et à une constance de l'amplitude des oscillations est unique, dans les hypothèses faites.

Nous étudierons maintenant d'une manière plus approfondie l'amplitude relative des ondes latérales obtenues, la largeur de bande qui en résulte pour le spectre, et, enfin, la phase relative des diverses ondes.

Amplitude des ondes latérales. — Les amplitudes des ondes latérales successives sont fournies par les tables donnant les fonctions de Bessel ou par les graphiques correspondants. La figure 36 donne, pour des indices de modulation m variant entre 0 et 25, les valeurs des diverses fonctions de Bessel, d'ordres 0, 1, 2, 3, 8 et 16.

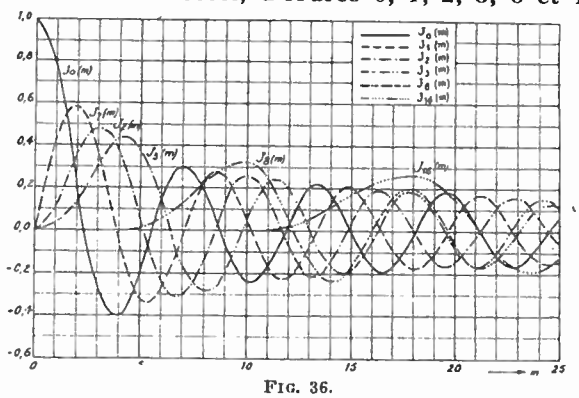


FIG. 36.

On voit que, si l'indice est très faible (modulation peu profonde), on n'a pratiquement que l'onde porteuse et un couple d'ondes latérales, comme en modulation d'amplitude. Si l'indice augmente, l'intensité de ce couple croît, *tandis que celle de l'onde porteuse décroît* (différence considérable avec la modulation d'amplitude, où

(1) Notons, dès maintenant, que, tandis que le spectre d'une onde modulée en amplitude est *toujours* symétrique par rapport à l'onde porteuse, quelle que soit la complexité de la modulation, comme l'indique l'équation (17), on trouvera plus loin des cas où la modulation de fréquence — alors non sinusoïdale — peut conduire à des spectres *dissymétriques* par rapport à l'onde porteuse, ce qui peut surprendre à priori, mais s'explique en réalité facilement.

l'intensité de l'onde porteuse ne dépend pas du taux de modulation, et reste constante). On voit naître, ensuite, les groupes d'ondes latérales de rangs 2 et 3, tandis que l'onde porteuse continue toujours à décroître pour s'annuler lorsque la valeur de l'indice de modulation atteint 2,4.

Un peu avant, l'intensité du premier groupe d'ondes latérales a passé par un maximum ; elle se met ensuite à décroître, tandis que les autres groupes continuent à augmenter. Au delà de $m = 2{,}4$, la phase de l'onde porteuse se retourne (entraînant une modification des relations de phase indiquées précédemment), et le premier groupe d'ondes latérales continue à décroître, suivi bien-

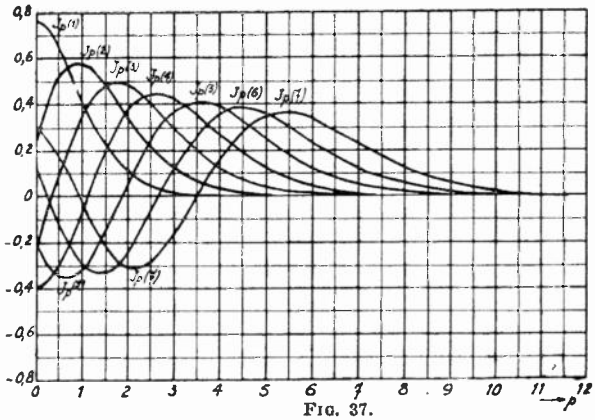


FIG. 37.

tôt par le second groupe. Pour $m = 3{,}9$, le premier groupe d'ondes latérales s'annule, tandis que l'onde porteuse passe par un maximum d'intensité (1). La phase du premier couple change

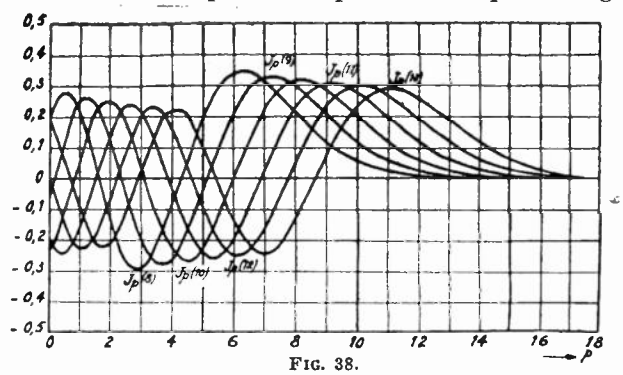


FIG. 38.

ensuite de signe, tandis que les second et troisième couples continuent à décroître. L'onde porteuse, qui a diminué d'intensité, s'annule de nouveau pour la valeur 5,52 de l'indice de modulation, etc...

Au total, on voit — et les tables complètes des fonctions de Bessel le confirment — que si, théoriquement, le spectre s'étend jusqu'à l'infini à droite et à gauche de l'onde porteuse, pratiquement, à partir d'un certain rang d'ondes latérales, l'intensité ne dépasse pas telle valeur que l'on peut se fixer à l'avance, par exemple 1 % de l'intensité de l'onde en l'absence de modulation. Le spectre est donc, en fait, limité, et c'est évidemment fort heureux pour les applications de la modulation de fréquence.

On peut aussi représenter les fonctions de Bessel d'une autre manière (fig. 37) en portant en abscisses, non plus la variable m (en l'espèce l'indice de modulation), mais bien l'ordre même p de la fonction. On peut ainsi par exemple tracer une courbe pour chacune des valeurs entières de la variable (indice de modulation) et chacune de ces courbes donne, par conséquent, l'allure générale du spectre pour la valeur de l'indice consi-

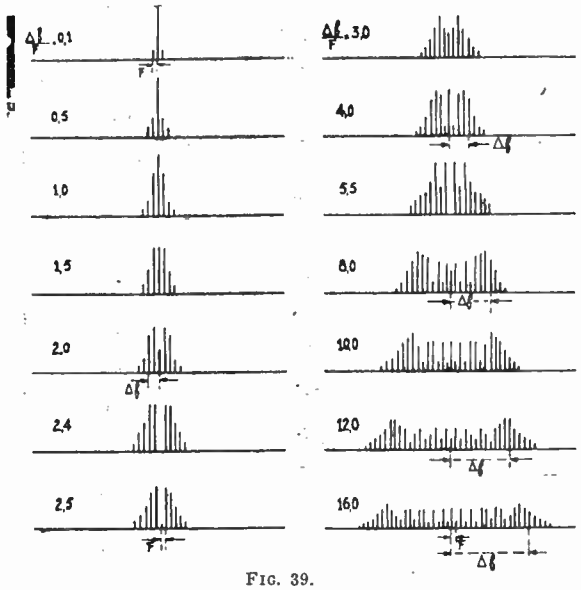


FIG. 39.

déré. C'est ainsi que si l'on envisage la courbe $\mathcal{J}_p(2)$ de la figure 37, elle donne, pour chacune des valeurs 0, 1, 2, 3, etc... de p, l'intensité de l'onde porteuse et des ondes latérales successives pour un indice de modulation de 2. On note le retournement de phase de l'onde porteuse entre les indices de modulation 2 et 3, le second retournement entre les indices de modulation 5 et 6, etc...

La figure 38 est l'analogue de la figure 37, mais pour des indices de modulation supérieurs, atteignant 13. Pour des indices élevés, on voit que la courbe commence par une série d'alternances positives et négatives pour se terminer toujours par une partie positive, dont le maximum dépasse les maxima précédents, et qui décroît assez lentement vers les valeurs élevées de p, correspondant aux fréquences éloignées de la fréquence de l'onde porteuse.

La figure 39 représente l'évolution du spectre lorsque la fréquence de modulation F reste cons-

(1) D'une façon générale, les zéros du premier couple d'ondes latérales correspondent à des maxima (en valeur absolue) de l'intensité de l'onde porteuse, comme il résulte de l'équation rappelée en note précédemment :

$$\frac{d\mathcal{J}_0(m)}{dm} = -\mathcal{J}_1(m).$$

Des relations :

$$\frac{d\mathcal{J}_1(m)}{dm} = \frac{1}{m}\mathcal{J}_1(m) - \mathcal{J}_2(m)$$

et

$$\frac{d\mathcal{J}_1(m)}{dm} = -\frac{1}{m}\mathcal{J}_1(m) + \mathcal{J}_0(m)$$

on peut également déduire que, pour les valeurs de m correspondant aux maxima (en valeur absolue) du premier couple d'ondes latérales, l'intensité de l'onde porteuse est égale à l'intensité des ondes latérales du second couple, et m fois plus petite que l'intensité des ondes latérales du premier couple.

tante et que la profondeur de modulation, c'est-à-dire aussi (puisque F est constant) l'indice de modulation $\frac{\Delta f}{F}$ croît. On constate que, pour un indice faible $\frac{\Delta f}{F} = 0{,}1$, seul existe le premier couple d'ondes latérales, et que la largeur du spectre ne dépasse guère, par conséquent, la valeur 2 F, comme en modulation d'amplitude. Lorsque l'indice croît, les ondes latérales successives prennent de l'importance. On notera l'annulation de l'onde porteuse pour les valeurs 2,4 et 5,52 de l'indice. Enfin, pour les valeurs élevées, on voit les alternances d'ondes latérales intenses et plus faibles que montraient déjà les figures 37 et 38, et le groupement des ondes latérales extrêmes en un « paquet » dont l'intensité, après avoir

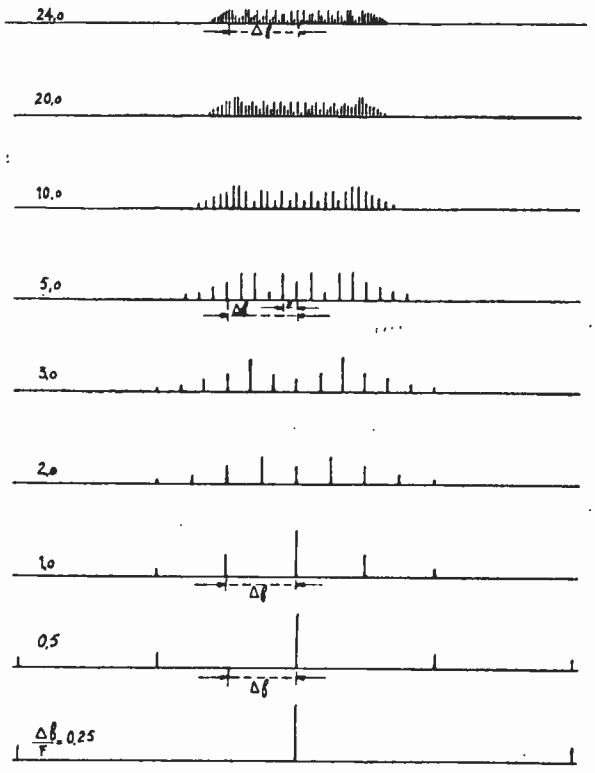


FIG. 40.

crû jusqu'à un maximum qui dépasse les intensités de toutes les ondes latérales précédentes, décroît ensuite d'une manière régulière vers les fréquences éloignées de celle de l'onde porteuse. Dans ce cas, la largeur du spectre n'a plus de rapport avec la fréquence de modulation F, mais est de l'ordre du double de la déviation de fréquence, soit $2\Delta f$. Pratiquement, la largeur du spectre dépasse $2\Delta f$ de quelque 20 à 30 %. Au delà, les ondes latérales deviennent négligeables. Ce groupement de l'énergie vers les deux extrémités du spectre montre combien il est important, en modulation de fréquence, de transmettre toute la bande couverte par l'émission, et d'avoir, par conséquent, tant dans les postes émetteurs que dans les postes récepteurs, des circuits à large bande passante.

Dans le cas des petits indices de modulation, le spectre se réduit à l'onde porteuse et au premier couple d'ondes latérales, et l'intensité de ce premier couple peut être considérée comme sensiblement proportionnelle à l'indice de modulation. Si, à profondeur de modulation égale (c'est-à-dire à déviation de fréquence égale), on passe d'une fréquence de modulation à une autre, l'intensité de l'onde latérale varie inversement proportionnellement à la fréquence de modulation. Ainsi, si cette fréquence s'élève, les ondes latérales s'éloignent naturellement de l'onde porteuse, mais, en même temps, leur intensité décroît. Corrélativement, l'intensité de l'onde porteuse, lorsque la profondeur de modulation augmente, décroît moins pour une fréquence de modulation élevée, que pour une fréquence de modulation plus basse.

Sur la figure 40, on a maintenu constante la profondeur de modulation, c'est-à-dire la déviation de fréquence Δf et on a fait varier la fréquence de modulation F. Pour de faibles valeurs de F, le spectre est presque continu, et sa largeur est de l'ordre de $2\Delta f$. Lorsque la fréquence de modulation augmente, la largeur du spectre s'accroît, les ondes latérales s'éloignant les unes des autres. Finalement, pour des fréquences de modulation élevées, la largeur du spectre est de l'ordre de 2 F et n'est plus en relation avec Δf.

Lorsqu'on aborde pour la première fois ces questions, deux remarques se présentent alors à peu près inévitablement à l'esprit, auxquelles il convient de s'efforcer de répondre.

Tout d'abord, on constate que, si la fréquence instantanée des oscillations varie de Δf de part et d'autre de la fréquence de l'onde porteuse f (fig. 41), le spectre possède des ondes latérales extérieures à l'intervalle $f - \Delta f$, $f + \Delta f$. Ainsi, si la fréquence d'un poste émetteur varie d'une manière sinusoïdale entre ces deux valeurs, les oscillations produites peuvent exciter un circuit

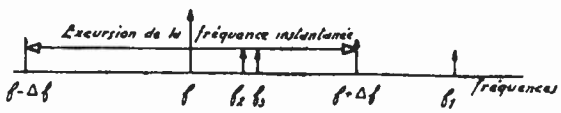


FIG. 41.

accordé sur une certaine fréquence f_1, convenablement choisie, *mais extérieure à l'intervalle de fréquence balayé*. C'est le phénomène qui a déjà été signalé à diverses reprises précédemment, et qui peut paraître, à priori, paradoxal. Mais c'est alors qu'il faut se rappeler la différence entre la « fréquence instantanée » d'oscillations modulées en fréquence, et la « fréquence » d'oscillations sinusoïdales, non modulées, comme celles qui constituent les ondes latérales.

En réalité, la décomposition résultant des équations (25) et (26) précédentes montre que : « des oscillations dont la fréquence instantanée varie à la fréquence F entre $f - \Delta f$ et $f + \Delta f$ sont décomposables en une somme d'oscillations *sinusoïdales* dont les fréquences successives ont un certain nombre de valeurs f, $f+F$, $f+2$ F, $f+3$ F,

etc... et $f - F$, $f - 2F$, $f - 3F$, etc... ». Dès lors, il ne faut pas s'étonner que certaines de ces fréquences soient extérieures à l'intervalle dans lequel varie la fréquence instantanée.

La seconde remarque a trait à ce qui se passe à l'intérieur même de l'intervalle de fréquence $f - \Delta f$, $f + \Delta f$. Alors que la fréquence instantanée varie d'une manière *continue* entre ces deux valeurs, passant, par conséquent, *par toutes les valeurs intermédiaires*, par contre, l'énergie se concentre sur un certain nombre de valeurs de la fréquence bien déterminées, qui correspondent aux fréquences trouvées pour les ondes latérales (1). Ce fait est, d'ailleurs, encore vrai si la fréquence instantanée ne varie pas d'une manière sinusoïdale, mais varie d'une manière linéaire entre les valeurs $f - \Delta f$ et $f + \Delta f$ (variations en dents de scie).

On peut, dès lors, s'étonner encore que l'énergie se concentre par exemple sur une certaine fréquence f_2 (onde latérale) et qu'elle soit rigoureusement nulle sur une fréquence voisine f_3. Un circuit oscillant, accordé sur f_2, se trouvera excité, et, si on l'accorde sur f_3, il ne recevra plus aucune excitation, bien que la fréquence instantanée des oscillations prenne, à un moment donné, la valeur f_3, tout comme elle avait pris, peu de temps auparavant, la valeur f_2.

Ici encore, la réponse est analogue à celle qui a été donnée ci-dessus. Une fonction dont la fréquence instantanée varie entre deux valeurs est égale à une somme de fonctions sinusoïdales dont les fréquences possèdent, entre deux valeurs $f - \Delta f$ et $f + \Delta f$ considérées, un nombre de valeurs limité. C'est, une fois de plus, la confusion entre « fréquence instantanée » et « fréquence » qui est à l'origine de la surprise que l'on peut éprouver.

On peut essayer de rendre intuitif le phénomène par le raisonnement suivant : supposons (fig. 42) que nous disposions d'un circuit oscillant assez sélectif que nous accordions sur une certaine fréquence f_4 comprise entre $f - \Delta f$ et $f + \Delta f$. Partons maintenant du moment où l'oscillation modulée en fréquence a la fréquence instantanée f et où, cette fréquence s'accroissant, elle se rapproche de la valeur f_4. Au moment où elle passe par cette valeur f_4, le circuit oscillant reçoit une première excitation e_1 ; la fréquence instantanée croît ensuite jusqu'à $f + \Delta f$, puis décroît pour reprendre la valeur f_4 au bout d'un certain intervalle de temps, et elle donne alors à nouveau au circuit oscillant une excitation e_2. La fréquence instantanée continue ensuite à décroître, et, après un nouvel intervalle de temps, différent du précédent, elle revient en croissant à la valeur f_4, d'où une troisième excitation e_3. On conçoit que, pour certaines valeurs de la fréquence f_4, ces excitations successives, groupées par deux, e_1, e_2, puis e_3, e_4, etc..., peuvent *accumuler* leurs effets et produire une excitation permanente du circuit. Au contraire, pour des valeurs voisines de la fréquence du circuit, les oscillations ne sont plus en phase et n'accumulent plus leurs effets ; leur résultante totale, au bout d'un intervalle de temps assez long, est nulle.

Présenté sous cette forme, ce raisonnement n'aspire pas à la rigueur, mais il pourrait être précisé et soumis au calcul. On verrait alors assez vite que, dans la recherche des fréquences f_4 pour lesquelles il y a accumulation des excitations, s'introduisent des fonctions qui sont le sinus d'un sinus ou le sinus d'un cosinus, c'est-à-dire des fonctions de Bessel. On pourrait ainsi retrouver les formules du spectre indiqué précédemment.

Enfin, les mêmes raisonnements montrent que, pour les fréquences de modulation basses, le spectre tend à devenir continu (comme celui de l'oscillation d'une hétérodyne dont on tourne lentement le condensateur d'accord, et qui comporte pratiquement toutes les fréquences comprises entre les fréquences extrêmes, et pas de fréquences extérieures à ces fréquences extrêmes). Au contraire, lorsque la fréquence de modulation s'accroît, le spectre devient discontinu, ses « raies » s'écartent les unes des autres, et, en même temps, elles débordent de l'intervalle couvert par la fréquence instantanée.

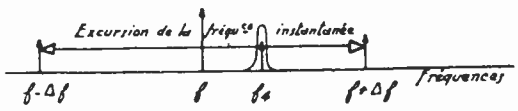


FIG. 42.

Largeur de bande. — On a déjà vu que, pour les petits indices de modulation, la largeur de bande couverte était d'environ deux fois la fréquence de modulation F, comme en modulation d'amplitude, et que, pour les grands indices de modulation, la largeur de bande couverte était un peu supérieure à deux fois la déviation de fréquence Δf. Pratiquement, ce sont ces grands indices de modulation (supérieurs à 5, en général), qui sont intéressants. Pour la radiodiffusion de haute qualité, par exemple, la déviation de fréquence le plus souvent choisie est de 75 kc/s et les fréquences de modulation vont d'une fréquence très basse aux environs de 15.000 cycles/seconde.

Le tableau ci-dessous (Bibl. 9) donne, pour chaque indice de modulation, le nombre d'harmoniques dont l'amplitude est supérieure à 3 % de l'amplitude de l'onde en l'absence de modulation, et la largeur de bande occupée. Pour des fréquences de modulation très basses, cette largeur de bande est égale à deux fois la déviation de fréquence ; elle croît ensuite lorsque la fréquence de modulation augmente, mais dans une proportion beaucoup plus faible que cette augmentation de fréquence de la modulation. Par rapport à la modulation d'amplitude, la modulation de fréquence *à grands indices de modulation* occupe une largeur de bande qui est beaucoup plus constante, quelle que soit la fréquence de modulation.

(1) Si l'on utilisait le langage des physiciens de l'optique, on dirait que l'énergie se concentre sur les « raies » du spectre.

Fréquences de modulation c/s	Indices de modulation (pour Δf = 75 kc/s)	Nombre d'ondes latérales (supérieures ou inférieures)	Largeur de bande kc/s
très faible	∞	∞	150
50	1.500	1.506	150,6
100	750	755	151
500	150	154	154
1.000	75	79	158
3.125	24	27	168,7
5.000	15	18	180
7.500	10	12	190
12.500	6	8	200
15.000	5	7	210

Le même tableau, sur lequel on notera la complexité du spectre pour de faibles fréquences de modulation, s'appliquerait à d'autres déviations de fréquence et à d'autres fréquences de modulation, puisque c'est l'indice qui intervient seul. C'est ainsi qu'en téléphonie ordinaire, où il suffit de passer les fréquences jusqu'à 3.000 ou 4.000 c/s, on adopte des déviations de fréquence de 30 à 40 kc/s, entraînant des indices de modulation supérieurs à 10, ce qui montre que la bande couverte n'excède le double de la déviation de fréquence que de 20 % environ.

Phase relative de l'onde porteuse et des ondes latérales. — Revenons maintenant sur la question de la phase relative de l'onde porteuse et des ondes latérales. Nous représenterons cette phase de la manière suivante : soit (fig. 43) l'axe des fréquences et une onde quelconque OA. Nous donnerons au vecteur OA la direction verticale, vers le haut, pour représenter la phase choisie comme origine. Nous supposerons qu'il tourne dans le sens de la flèche de façon qu'après un quart de période il soit dans la direction OB supposée perpendiculaire à OA, puis, après une demi période, dans la direction OC opposée à OA, et, enfin, après 3/4 de période, dans la direction OD.

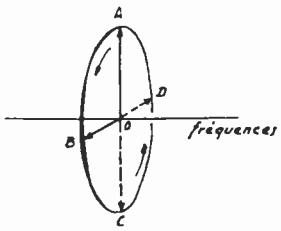


FIG. 43.

Avec ces conventions, la figure 44 représente, à titre d'application, les phases *relatives* de l'onde porteuse P et des ondes latérales E_1 et E'_1, d'une modulation d'amplitude sinusoïdale et de période T, en choisissant, comme précédemment, pour origine des temps, l'instant d'un maximum de la modulation. Sur la première figure, pour $t = 0$, les ondes latérales sont en phase avec l'onde porteuse. Sur la seconde, pour $t = \frac{T}{4}$, les deux ondes latérales sont déphasées en sens inverse de $\frac{\pi}{4}$ par rapport à l'onde porteuse, et s'opposent entre elles. Sur la troisième figure, pour $t = \frac{T}{2}$ (minimum de la modulation), les deux ondes latérales sont opposées à l'onde porteuse, et, enfin, sur la quatrième figure, pour $t = \frac{3T}{4}$, les ondes latérales sont déphasées de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'onde porteuse, d'une manière inverse de celle de la seconde figure.

Employons la même représentation pour une onde modulée en fréquence, en choisissant d'abord un indice de modulation inférieur à la première valeur qui annule l'onde porteuse ($m < 2{,}4$) et en représentant un nombre assez grand d'ondes latérales (bien que l'amplitude des dernières soit alors très faible).

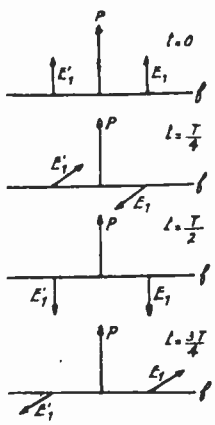


FIG. 44.

La figure 45 donne, sur son schéma supérieur, et avec les mêmes hypothèses que précédemment, la répartition des phases *relatives*, qui résulte de l'équation (25), et des remarques déjà faites à ce sujet. Au maximum de la modulation de fréquence, choisi comme origine des temps, les mêmes que celle de l'onde latérales supérieures sont les mêmes que celles de l'onde porteuse. Les phases des ondes latérales inférieures sont les mêmes aussi que celle de l'onde porteuse pour les ondes de rang pair, et opposées à celle de l'onde porteuse pour les ondes de rang impair.

Au bout d'un quart de période de modulation, la disposition est celle du second graphique. Alors, parmi les ondes latérales supérieures, la

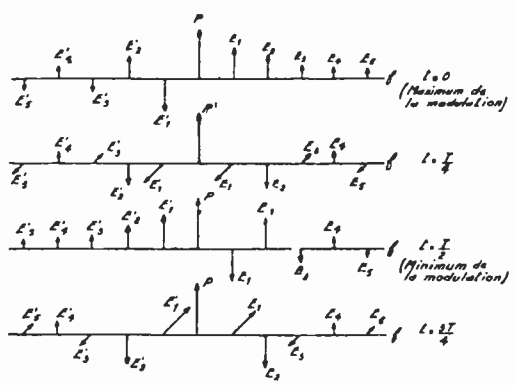


FIG. 45.

première a tourné par rapport à l'onde porteuse de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens positif, la seconde de π, la troisième de $\frac{3\pi}{2}$, la quatrième de 2π, etc... Parmi les ondes latérales inférieures, on observe les mêmes rotations, mais dans le sens négatif, et, si l'on considère alors, par exemple, le premier couple d'ondes latérales qui encadre l'onde porteuse, on constate qu'il se trouve en phase, et à $\frac{\pi}{2}$ de l'onde porteuse (différence avec la modulation d'amplitude). Le second couple est en

opposition avec l'onde porteuse, le troisième couple est à $\frac{3\pi}{2}$ de l'onde porteuse (1), etc...

Les second et troisième graphiques de la même figure 45 donnent la situation aux époques $t = \frac{T}{2}$ et $t = \frac{3T}{4}$.

Supposons maintenant que l'indice de modulation ait une valeur légèrement supérieure à 2,4. Alors, la phase de l'onde porteuse se trouve renversée de π par rapport à celle de la figure 45, les phases des ondes latérales n'étant pas modifiées. Il s'ensuit une première irrégularité dans la répartition des phases représentées pour $t = 0$ par la figure 45. Etant donné la forme des courbes de la figure 36, une irrégularité analogue va ensuite affecter les premières ondes latérales lorsque l'indice atteindra la valeur 3,9, puis les secondes ondes latérales lorsque l'indice atteindra une valeur voisine de 5, les troisièmes lorsqu'il atteindra une valeur voisine de 6,4, etc...

Au fur et à mesure de la croissance de l'indice, ces irrégularités dans la répartition des phases se propageront en somme en partant de l'onde porteuse et en s'éloignant d'elle à droite et à gauche, vers les fréquences plus élevées et vers les fréquences plus basses. Pour les indices très élevés, la répartition des phases à droite et à gauche de l'onde porteuse peut alors être très différente de celle de la figure 45. Mais dans tous les cas, les deux « paquets » d'ondes latérales, qui se trouvent aux extrémités du spectre et qui sont apparents sur les figures 37 et 38, gardent la répartition classique des phases indiquée à l'occasion de la figure 45.

A titre d'exemple, la figure 46 donne les intensités et les phases relatives de l'onde porteuse et des ondes latérales du spectre d'une onde dont l'indice de modulation serait 24 (ce serait, par exemple, le cas d'une onde dont la fréquence de modulation serait de 1.000 cycles par seconde, et la déviation de fréquence de 24 kc/s, c'est-à-dire à peu près le tiers de la déviation de fréquence maxima d'une onde de radiodiffusion).

On voit sur cette figure le peu d'importance relative de l'onde porteuse qui est noyée dans les ondes latérales, les alternances diverses des phases de ces ondes latérales, et, enfin, les répartitions plus régulières des phases dans les deux « paquets » extrêmes.

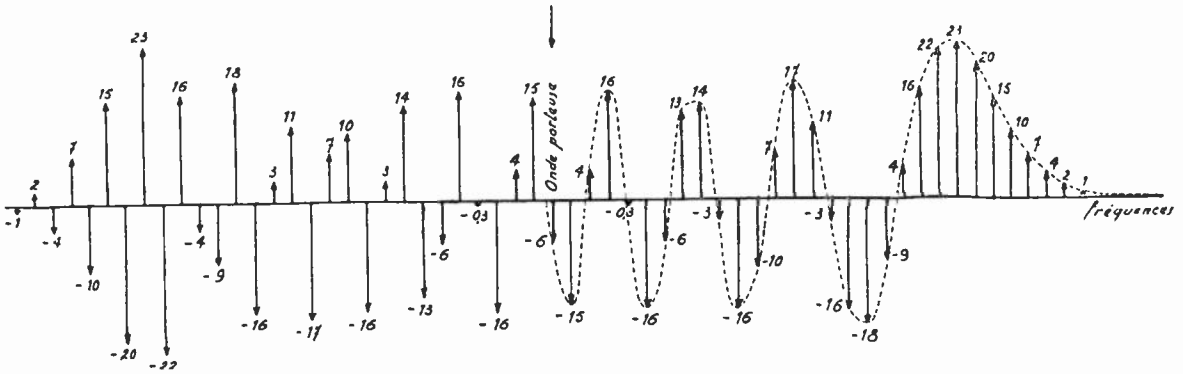


FIG. 46.

La courbe pointillée tracée vers les ondes latérales supérieures est la courbe des figures 37 et 38 qui donne la forme générale du spectre. Cette courbe n'a pas été tracée vers les ondes latérales inférieures parce qu'alors les variations de phase d'une onde à la suivante ne permettent pas de la mettre en évidence avec autant de netteté. Bien entendu, la situation du groupe des ondes latérales supérieures et du groupe des ondes latérales inférieures en ce qui concerne les phases relatives serait renversée si, au lieu de se placer au moment d'un maximum de modulation, on se plaçait au moment d'un minimum de modulation (troisième schéma de la figure 45).

L'influence d'un déphasage de la modulation est ici une peu plus complexe qu'en modulation d'amplitude. Si ce déphasage a une valeur Φ, le premier couple d'ondes latérales se trouve lui-même déphasé de Φ, le second couple de 2Φ et, d'une façon générale le n ème couple de $n\Phi$ (l'onde de fréquence supérieure dans le sens positif, et l'onde de fréquence inférieure dans le sens négatif). C'est ce que confirme le calcul. Si, au lieu des oscillations représentées par l'équation (22) ci-dessus, on considère des oscillations représentées par :

$$i = a \sin [\omega t + m \sin (\Omega t + \Phi)] \qquad (27)$$

on trouve que le spectre aura l'expression suivante, qui dérive de l'expression (26) :

$$i = a \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \mathcal{J}_n(m) \sin [(\omega + n\Omega) t + n\Phi] \qquad (28)$$

toujours avec

$$\mathcal{J}_{-n} = (-1)^n \mathcal{J}_n.$$

(1) La représentation de ces déphasages peut être facilitée par un dispositif matérialisant les vecteurs de la fig. 45. Cet appareil peut comporter un axe horizontal sur lequel tournent à frottement assez dur des viroles dans lesquelles on pique des tiges de longueurs proportionnelles à l'intensité des diverses ondes latérales, et que l'on fait tourner d'un côté ou de l'autre de la tige représentant l'onde porteuse, pour figurer les divers déphasages.

Les tiges peuvent recevoir des couleurs différentes, suivant qu'elles représentent l'onde porteuse, des ondes latérales de rang impair, ou des ondes latérales de rang pair. Un tel appareil, réalisé dans les ateliers de la Radiotélégraphie Militaire, a été présenté à la Société des Radioélectriciens, et utilisé devant elle au cours de la Conférence du 16 juin 1945.

Représentation graphique. — Essayons, maintenant, de figurer l'onde porteuse et les ondes latérales sur la représentation graphique qui nous a déjà servi. Soit (fig. 47) OA le vecteur que nous supposerons osciller entre deux positions extrêmes OB et OB', en choisissant, pour simplifier la figure, une variation de phase assez faible. Au moment du maximum de modulation, le vecteur se trouve dans la direction OA où il a la vitesse la plus grande. D'une façon générale, on peut,

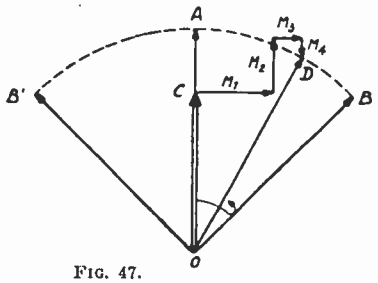


FIG. 47.

conformément au résultat déduit de l'équation (24) ci-dessus, décomposer le vecteur en une onde porteuse et une série de vecteurs de modulation :

a) Les uns, correspondant à des ondes latérales de rang impair, déphasés de $\frac{\pi}{2}$ sur l'onde porteuse ;

b) Les autres, correspondant à des ondes latérales de rang pair, en phase avec l'onde porteuse.

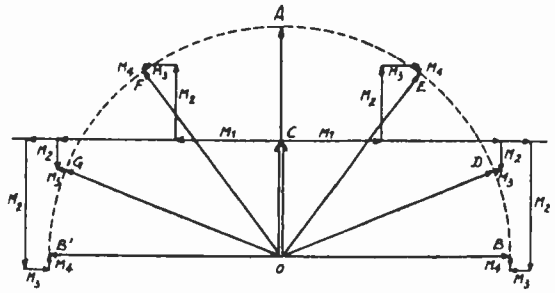


FIG. 48.

Lorsque le vecteur représentant l'oscillation totale est dans la position OA, les vecteurs de modulation correspondant à des ondes latérales de rang impair s'annulent, et il ne reste que les vecteurs de modulation correspondant aux ondes latérales de rang pair, en phase avec l'onde porteuse OC, et dont la résultante sera représentée par CA. Lorsque le vecteur OA sera venu en OD, les vecteurs de modulation correspondant aux ondes latérales de rang impair ne seront plus nuls, mais auront les représentations M_1 et M_3 (en se limitant aux deux premiers, et supposant les autres négligeables, étant donné la faiblesse de l'indice de modulation), et les vecteurs de modulations correspondant aux ondes latérales de rang pair auront les représentations M_2 et M_4. Les premiers sont déphasés de $\frac{\pi}{2}$ sur l'onde porteuse, et les seconds sont en phase avec elle.

C'est le jeu de ces vecteurs, perpendiculaires entre eux, qui fait que la résultante de l'ensemble, y compris l'onde porteuse, garde une *longueur constante* pendant l'oscillation entre les positions OB et OB'.

La figure 48 montre la disposition de l'onde porteuse OC et des vecteurs de modulation pour un indice de modulation plus grand, dans lequel le vecteur total oscille entre OB et OB'. On voit, pour un certain nombre de positions intermédiaires, la décomposition du vecteur en l'onde porteuse OC (toujours la même) et en une série de vecteurs de modulation M_1, M_2, M_3, M_4, dont les grandeurs varient au cours du cycle de la modulation.

On peut, ensuite, décomposer chaque vecteur de modulation en les deux ondes latérales auxquelles il correspond, ainsi qu'on l'a fait en modulation d'amplitude. Au moment où le vecteur de modulation a la grandeur maxima, ses deux ondes latérales sont, toutes deux, en phase avec lui. Au moment où il s'annule, ses deux ondes latérales sont en opposition entre elles et perpendiculaires à la direction générale qu'avait le vecteur de modulation.

FIG. 49.

Dans le cas d'un faible indice de modulation, seul le premier vecteur de modulation M_1 est important, et on a alors la disposition de la figure 49, où ce vecteur, représenté par AB, garde une direction constante et varie entre les positions AB et AB', les longueurs OA, OB et OB' étant alors sensiblement égales. On déduit de ceci que, dès que l'indice s'accroît, il est bien nécessaire qu'un autre couple d'ondes latérales au moins prenne naissance, correspondant à un vecteur de modulation perpendiculaire au premier, si l'on veut que la longueur de la résultante OB reste constante au cours de son oscillation.

La même représentation graphique permet de se rendre compte de la constitution du spectre d'une onde modulée en fréquence (fig. 50). Soit toujours OD le vecteur oscillant entre les positions OB et OB', en choisissant d'abord le cas d'un indice de modulation assez faible. Décomposons le vecteur oscillant OD en ses deux composantes suivant les axes Ox et Oy, comme on l'a déjà fait précédemment (fig. 31). On constate que l'oscillation modulée en fréquence est la somme des deux oscillations modulées seulement en amplitude déjà trouvées, l'une représentée par le vecteur OE, de direction constante, et oscillant entre les grandeurs OF et OA, l'autre représentée par le vecteur OG, de direction également constante, et oscillant entre les positions OH et OH' (avec, alors, aux passages par O, le retournement brusque de phase déjà noté).

Cherchons quels sont les spectres de chacune de ces oscillations modulées uniquement en amplitude, et nous n'aurons ensuite qu'à les ajouter en tenant compte de leurs phases respectives pour obtenir le spectre de l'oscillation totale, modulée uniquement en fréquence :

a) Prenons d'abord le cas de l'onde représentée par OE. Le détail de la forme des oscillations,

en portant en abscisse le temps et en ordonnée les amplitudes, est figuré à gauche du graphique des vecteurs.

L'onde est modulée en amplitude, avec une assez faible profondeur de modulation. La fréquence de cette modulation est le double de la

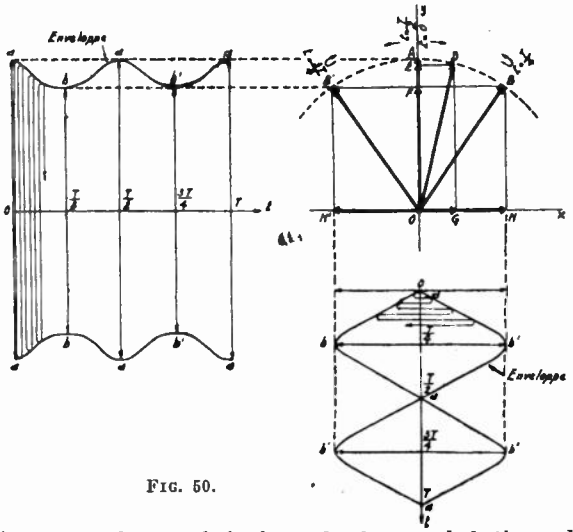


FIG. 50.

fréquence de modulation de la modulation de fréquence de l'onde initiale considérée, puisqu'une période de la modulation d'amplitude se trouve incluse entre deux passages successifs par le point A du vecteur oscillant OD (quel que soit le sens de ces passages), alors qu'une période de la modulation de fréquence est incluse entre deux passages, *dans le même sens*, par le point A, du vecteur en question. La forme même de la modulation n'est pas absolument sinusoïdale (elle le serait si l'indice de modulation était infiniment petit, et si, dès lors, les points B et B′ étaient

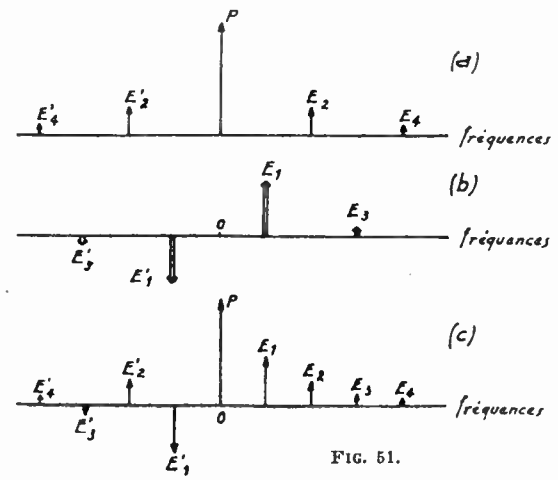


FIG. 51.

très près du point A). En réalité, les variations plus brusques au voisinage des maxima montrent la naissance d'un harmonique 2 (donc de période 4 F) en phase avec l'onde porteuse lors du maximum de modulation. Le spectre correspondant a été représenté sur la figure 51 (*a*). Les ondes latérales sont distantes de l'onde porteuse et écartées entre elles de *deux fois* la fréquence de modulation en fréquence de l'oscillation initiale considérée ;

b) Quant à l'oscillation du vecteur OG, elle est représentée sur la figure 50 au-dessous du diagramme des vecteurs et on voit qu'elle se rapproche des oscillations à deux composantes étudiées à la fin des « Notions générales » ci-dessus. Elle comporte, en particulier, au voisinage du point *a* (passage par O du vecteur OG), le retour-

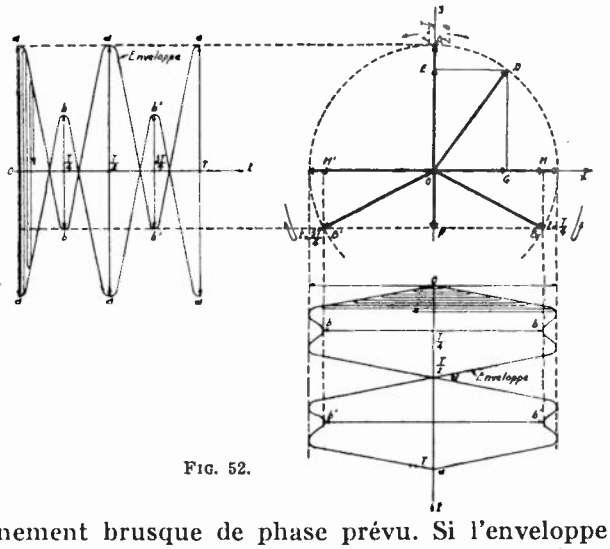


FIG. 52.

nement brusque de phase prévu. Si l'enveloppe AB de ces oscillations était exactement une sinusoïde, ce seraient rigoureusement les oscillations à deux composantes, sans onde porteuse, l'écart entre la fréquence de l'onde porteuse absente et celle de chacune des composantes étant égal à la fréquence de modulation F, et l'écart entre les deux composantes étant, par conséquent, égal à deux fois cette fréquence. En réalité, l'enveloppe n'est pas exactement une sinusoïde, et sa forme, plus aiguë, décèle ici encore la naissance d'harmoniques de la modulation en phase avec le terme principal aux moments des maxima.

Le spectre correspondant est représenté par la figure 51 (*b*). Pour qu'il puisse être ajouté au spectre de la figure 51 (*a*), il faut donner aux ondes latérales les phases qu'elles possèdent par rapport à l'onde porteuse P du spectre de cette dernière figure, lors du maximum de la modulation de fréquence, c'est-à-dire lors du passage du vecteur OD par la position OA. A ce moment, l'intensité des oscillations représentées par le vecteur OG devient nulle, et les deux vecteurs figurant les ondes latérales E_1 et E'_1 sont, par conséquent, en opposition de phase. Comme, d'une façon générale, les vecteurs OE et OG sont toujours perpendiculaires entre eux, il en résulte que l'onde porteuse — en réalité supprimée — de l'oscillation représentée par OG, dont la fréquence serait la moyenne des fréquences de E_1 et de E'_1, aurait un décalage de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'onde porteuse P de l'oscillation représentée par OE.

Cette considération conduit, finalement, à la représentation du spectre de la figure 51 (*b*). La figure 51 (*c*) résulte de l'addition des spectres précédents, et l'on retrouve bien la forme habituelle du spectre de la modulation de fréquence, y compris les relations de phase.

Si l'on passe maintenant au cas d'un indice de modulation plus grand, on obtient les dispositions de la figure 52. La première oscillation modulée en amplitude est alors affectée par moments de retournements brusques de phase, réduisant l'intensité de son onde porteuse (sans aller encore jusqu'à l'annuler). La seconde oscillation n'a toujours pas d'onde porteuse, mais l'intensité de ses divers harmoniques s'accroît.

En continuant à augmenter la profondeur de modulation, on pourrait trouver le moment où les retournements brusques de phase de la première oscillation conduisent à l'annulation de l'onde porteuse (indice de modulation égal à 2,4). Au delà, on aurait le renversement de phase de l'onde porteuse déjà constaté.

L'ensemble de ces résultats montre d'où provient, en somme, la faiblesse relative de l'onde porteuse pour les grands indices de modulation : alors, le vecteur OD fait, en réalité, un grand nombre de tours autour du point O pendant chaque période de la modulation de fréquence. La première oscillation modulée en amplitude, dont le vecteur garde la direction Oy, a, pendant chaque période, un grand nombre de retournements brusques de phase, et, au total, l'onde porteuse devient alors très faible. Elle serait nulle si ces retournements de phase conduisaient à des excitations successives, de sens opposés, se compensant exactement, mais ceci n'arrive que pour quelques valeurs particulières de l'indice de modulation.

Quant à la seconde oscillation, elle est également affectée d'un grand nombre de retournements brusques de phase, mais, cette fois, les alternances successives de sa modulation sont toujours égales, en valeurs absolues, et, par conséquent, l'onde porteuse correspondante est toujours nulle.

On voit comment ces considérations géométriques simples — et que l'on pourrait développer — permettent de retrouver les diverses caractéristiques des spectres des oscillations modulées en fréquence, et jusqu'aux racines des fonctions de Bessel.

Retour sur la modulation de phase. — Bien que nous ne nous occupions ici que de la modulation de fréquence, nous examinerons néanmoins très rapidement la constitution du spectre dans le cas de la modulation dite « de phase », et pour une seule fréquence de modulation. Nous aurons, en effet, besoin de connaître cette constitution lors de l'étude de certains procédés de modulation en fréquence des émetteurs radioélectriques.

L'équation d'une oscillation modulée en phase dérive de l'équation (6) ci-dessus. Avec les notations de l'équation (21), elle peut s'écrire :

$$i = a \sin (\omega t + k \Phi \sin \Omega t) \qquad (29)$$

ou :

$$i = a \sin (\omega t + m \sin \Omega t) \qquad (30)$$

l'indice de modulation $m = k\Phi = \Delta$ étant, cette fois, simplement l'excursion de phase $\Delta\Phi$. Il faut noter que, sous cette forme, la modulation n'est pas maxima à l'origine des temps, mais qu'elle est nulle.

La comparaison des deux équations (22) et (30) montre qu'alors les spectres sont identiques. Toutefois, l'indice de modulation, dans le cas actuel, *ne dépend plus de la fréquence de modulation*, et, par conséquent, l'intensité des ondes latérales est indépendante de cette fréquence. A cet égard, le spectre se rapproche donc du spectre de la modulation d'amplitude plus que le spectre de la modulation de fréquence.

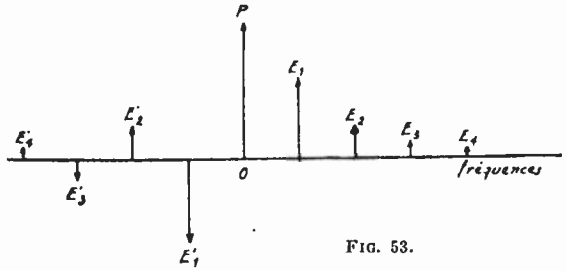


FIG. 53.

La figure 53 représente les dispositions de ce spectre *au moment du zéro de la modulation* et pour des indices de modulation assez faibles. Au moment du maximum de la modulation, il sera représenté par la figure 54 que l'on comparera au premier graphique de la figure 45 concernant la modulation de fréquence. On voit, en particulier, qu'il se produit, par rapport à cette dernière, un décalage de $\frac{\pi}{2}$ des phases des ondes latérales impaires.

Dans le cas de très petits indices de modulation, la première paire d'ondes latérales existe seule, et, au moment du maximum de la modulation de phase, elle a la disposition de la figure 55 (*a*). A titre de comparaison, on a figuré en (*b*) le spectre, dans les mêmes conditions, pour la modulation de fréquence (toujours au maximum de la modulation), et en (*c*) le spectre d'une modulation d'amplitude. On constate que le spectre de la modulation de phase se déduit alors du spectre de la modulation d'amplitude en faisant tourner de $\frac{\pi}{2}$, *dans le même sens,* les deux ondes latérales. Quant au spectre de la modulation de fréquence, il se déduirait du spectre de la modulation d'amplitude par une rotation de π de la seule onde latérale inférieure. De plus, si l'on compare des modulations sur des fréquences diverses, le passage de la modulation d'amplitude à la modulation de phase ne change pas l'intensité des ondes latérales (ou la modifie dans un rapport qui est indépendant de la fréquence de modulation). Au contraire, le passage de la modulation d'amplitude à la modulation de fréquence

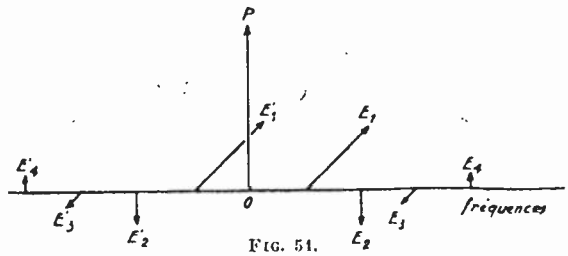


FIG. 54.

modifie l'intensité des ondes latérales dans un rapport qui est fonction de la fréquence de modulation, puisque, pour la modulation de fréquence de très petit indice de modulation, l'intensité des ondes latérales est inversement proportionnelle à cette fréquence de modulation, toutes choses égales d'ailleurs.

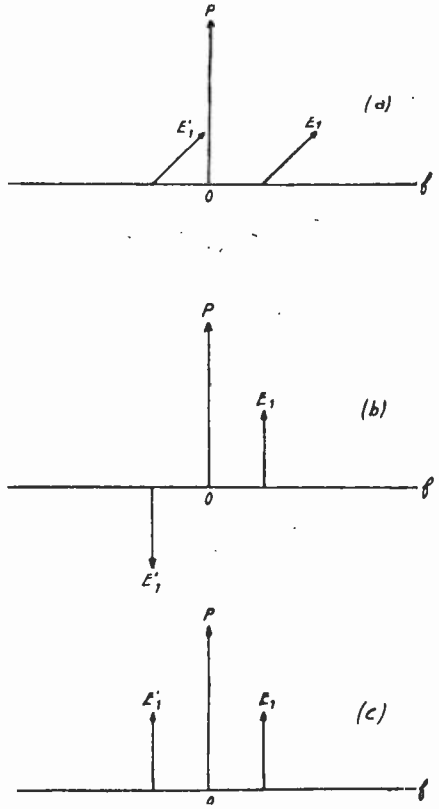


FIG. 55.

C. — **Cas de deux fréquences de modulation.**

On abordera maintenant le cas beaucoup plus compliqué où les oscillations sont modulées en fréquence simultanément avec deux fréquences de modulation F_1 et F_2 de pulsations Ω_1 et Ω_2

On considérera des indices de modulation partiels $m_1 = \frac{k_1\omega}{\Omega_1} = \frac{\Delta_1\omega}{\Omega_1} = \frac{\Delta_1 f}{F_1}$ et $m_2 = \frac{k_2\omega}{\Omega_2} = \frac{\Delta_2\omega}{\Omega_2} = \frac{\Delta_2 f}{F_2}$ afférents respectivement aux fréquences F_1 et F_2.

Si l'on suppose d'abord qu'il existe un instant où les fréquences de modulation sont en phase, et où, d'autre part, les déviations de fréquence dues à chacune des modulations sont maxima, et si l'on prend cet instant pour origine des temps, l'équation des oscillations s'écrit :

$$i = a \sin(\omega t + m_1 \sin \Omega_1 t + m_2 \sin \Omega_2 t) \quad (31)$$

Sans donner le détail des calculs (qui comportent la décomposition du sinus de l'équation ci-dessus, puis le développement introduisant les fonctions de Bessel, enfin le remplacement de produits de fonctions circulaires par des sommes de telles fonctions), on arrive à la formule du spectre suivante :

$$i = a \sum_{\substack{n_1=-\infty \\ n_2=-\infty}}^{\substack{n_1=+\infty \\ n_2=+\infty}} \mathcal{J}_{n_1}(m_1)\,\mathcal{J}_{n_2}(m_2) \sin(\omega + n_1\Omega_1 + n_2\Omega_2)t \quad (32)$$

toujours avec

$$\mathcal{J}_{-n} = (-1)^n \mathcal{J}_n \quad (32)$$

Dans le cas maintenant où les modulations de fréquences F_1 et F_2 seraient caractérisées par des phases Φ_1 et Φ_2, l'équation (31) deviendrait :

$$i = a \sin[\omega t + m_1 \sin(\Omega_1 t + \Phi_1) + m_2 \sin(\Omega_2 t + \Phi_2)] \quad (33)$$

et l'équation du spectre, obtenue par des considérations analogues à celles exposées lors de l'étude de la modulation sinusoïdale, serait :

$$i = a \sum_{\substack{n_1=-\infty \\ n_2=-\infty}}^{\substack{n_1=+\infty \\ n_2=+\infty}} \mathcal{J}_{n_1}(m_1)\,\mathcal{J}_{n}(m_2) \sin[(\omega + n_1\Omega_1 + n_2\Omega_2)t + n_1\Phi_1 + n_2\Phi_2] \quad (34)$$

toujours avec les mêmes conditions que précédemment.

Ces équations appellent les remarques suivantes :

a) *Constitution du spectre.* — En dehors des ondes latérales correspondant aux fréquences F_1 et F_2 et à leurs harmoniques, que l'on pouvait s'attendre à rencontrer, étant donné le résultat obtenu ci-dessus pour la modulation sur une seule fréquence, le spectre renferme des ondes latérales correspondant à toutes les combinaisons linéaires des fréquences F_1 et F_2, telles que

$$r\,F_1 + s\,F_2$$

C'est là un phénomène nouveau qui n'avait rien de commun dans la modulation d'amplitude. Dans celle-ci, des fréquences constituant des combinaisons linéaires des fréquences de modulation pouvaient s'introduire dans le spectre, mais seulement lorsqu'il y avait *déformation non linéaire*, et c'est ce qui constituait le phénomène de l' « intermodulation ». Il faudrait bien se garder de conclure qu'en modulation de fréquence également, l'apparition de ces combinaisons révèle une certaine intermodulation. En réalité, il n'y a pas de déformation et, à la réception, le discriminateur, s'il est linéaire, restituera purement et simplement les deux fréquences de modulation F_1 et F_2, sans aucune combinaison supplémentaire. C'est, au contraire, la suppression de certaines ondes latérales correspondant aux fréquences telles que $r\,F_1 + s\,F_2$ qui introduirait une déformation, et qui ferait apparaître de telles combinaisons dans le courant de basse fréquence sortant du discriminateur.

Quant à l'intensité même des ondes latérales, correspondant à une certaine fréquence $r\,F_1 + s\,F_2$, on voit qu'elle est le produit des intensités des ondes latérales qui correspondraient à des modulations séparées sur les fréquences F_1 et F_2. Il y a ainsi une certaine « multiplication » des spectres, au lieu de l'addition habituelle que l'on pouvait constater en modulation d'amplitude.

On notera, enfin, que les indices de modulation m_1 et m_2 ne peuvent pas être quelconques, puisqu'il faut qu'au total la déviation de fréquence Δf, somme des déviations de fréquence correspondant à chacune des fréquences de modulation, n'excède pas la déviation de fréquence maxima admise.

b) Largeur du spectre. — Comme précédemment, les bandes de modulation s'étendent théoriquement jusqu'à l'infini, mais, pratiquement, les intensités des ondes latérales sont limitées à partir d'un certain rang. En effet, ces intensités sont le produit de deux fonctions de Bessel $\mathcal{J}_{n_1}$ et $\mathcal{J}_{n_2}$ et chacune de ces fonctions est toujours inférieure à 1.

D'autre part, comme on l'a vu précédemment, les spectres, qui correspondraient séparément à chacune des fréquences de modulation F_1 et F_2 et dont les amplitudes des ondes latérales seraient caractérisées, par conséquent, par les fonctions $\mathcal{J}_{n_1}$ et $\mathcal{J}_{n_2}$, sont limités. *A fortiori,* les produits de ces fonctions ne dépassent pas, à partir d'un certain rang, un certain pourcentage de l'intensité des oscillations en l'absence de modulation.

c) Symétrie et dissymétrie du spectre. — Les équations ci-dessus font apparaître, en outre, le fait suivant : dans certaines circonstances, le spectre peut être dissymétrique par rapport à l'onde porteuse. Si, en premier lieu, on considère des fréquences de modulation F_1 et F_2 n'ayant aucune commune mesure, et telles que jamais une fréquence F′ d'une onde latérale ne pourra être obtenue à la fois par une combinaison $r\,F_1 + s\,F_2$, et par une seconde combinaison différente $u\,F_1 + v\,F_2$, le spectre a alors des intensités (considérées, abstraction faite de la phase des ondes latérales) toujours symétriques par rapport à l'onde porteuse. En effet, l'intensité de l'onde latérale supérieure correspondant à la fréquence $F' = r\,F_1 + s\,F_2$ sera le produit $\mathcal{J}_r \mathcal{J}_s$ et l'intensité de l'onde inférieure sera le produit $\mathcal{J}_{-r}\mathcal{J}_{-s}$ dont la valeur absolue est égale à la valeur absolue du premier d'après la condition

$$\mathcal{J}_{-n} = (-1)^n \mathcal{J}_n.$$

Quant aux signes de ces produits, qu'il est intéressant de connaître pour examiner comment se répartissent les phases des ondes latérales, ils dépendront de la parité des nombres r et s, et la répartition des phases pourra donc être assez complexe.

Mais supposons maintenant que les fréquences de modulation F_1 et F_2 soient telles qu'une onde latérale correspondant à la fréquence F′ puisse être obtenue par une combinaison $F' = r\,F_1 + s\,F_2$ et aussi par une autre combinaison $F' = u\,F_1 + v\,F_2$. Alors, l'intensité de cette onde latérale sera la somme des intensités des deux ondes latérales correspondant aux combinaisons $\mathcal{J}_r \mathcal{J}_s$ d'une part, et $\mathcal{J}_u \mathcal{J}_v$ d'autre part, compte tenu de la phase relative de ces intensités. Même si ces phases sont identiques pour l'onde latérale supérieure, il pourra ne plus y avoir symétrie. En effet, l'onde latérale supérieure aura une intensité $\mathcal{J}_r \mathcal{J}_s + \mathcal{J}_u \mathcal{J}_v$ et, suivant la parité des nombres r, s, u et v, l'onde latérale inférieure pourra avoir une intensité qui, en valeur absolue, sera soit $\mathcal{J}_r \mathcal{J}_s + \mathcal{J}_u \mathcal{J}_v$ soit $\mathcal{J}_r \mathcal{J}_s - \mathcal{J}_u \mathcal{J}_v$, d'où la dissymétrie.

Dans le cas où interviennent les différences de phases Φ_1 et Φ_2 le phénomène se manifeste également, et, suivant ces différences de phases, il peut y avoir pour les mêmes fréquences de modulation F_1 et F_2, soit symétrie, soit dissymétrie du spectre.

Ces conditions de dissymétrie peuvent être, en particulier, remplies, lorsque la fréquence F_2 est un harmonique de la fréquence F_1, ce qui est évidemment un cas très fréquent ; alors, le raisonnement qui vient d'être développé montre que, pour certains déphasages relatifs de F_1 et de son harmonique $F_2 = p\,F_1$, il y a dissymétrie, tandis que, pour d'autres déphasages, il y a symétrie.

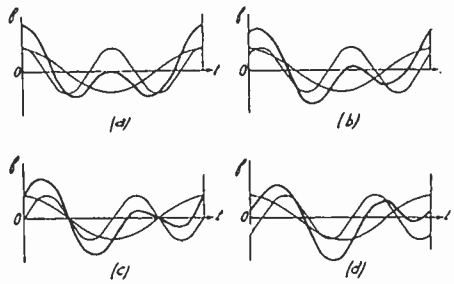


FIG. 56.

Ce phénomène, qui a surpris certains théoriciens (1), s'explique en réalité facilement si l'on se reporte à la courbe donnant, dans ces divers cas, la variation, en fonction du temps, de la fréquence de l'onde modulée. C'est ainsi que les courbes de la figure 56 reproduisent cette variation dans le cas d'une fréquence fondamentale de modulation F_1, ayant une certaine intensité, et de l'harmonique deux de cette fréquence, ayant une intensité égale. Suivant la phase relative des deux oscillations, la courbe peut être symétrique ou dissymétrique par rapport aux points où elle coupe l'axe des temps. Dans le premier cas, la fréquence instantanée de l'oscillation modulée varie d'une manière analogue, qu'elle soit au-dessus ou qu'elle soit au-dessous de la fréquence de l'onde porteuse, et le spectre doit donc être symétrique. Au contraire, dans le second cas, la fréquence instantanée peut, par exemple, rester au-dessus de la fréquence de l'onde porteuse, plus longtemps qu'elle ne reste au-dessous (ou inversement), ce qui entraîne, dès lors, une dissymétrie du spectre, puisque l'énergie ne doit plus se répartir symétriquement par rapport à la fréquence de l'onde porteuse.

La figure 56 (*a*) où les oscillations sont en phase pour $t = 0$, est le cas le plus typique de dissymétrie. Si un décalage correspondant à 1/8e de période de l'oscillation fondamentale se produit (fig. 56) (*b*), la dissymétrie subsiste tout en étant moins accusée ; pour un décalage d'un quart de période (fig. 56) (*c*), il y a symétrie parfaite,

(1) Après avoir montré, par le calcul, dans le cas d'un nombre élevé de fréquences de modulation, que le spectre pouvait être dissymétrique, un auteur étranger a ajouté « qu'il regrettait de ne pouvoir donner une raison intuitive de ce phénomène ».

et, enfin, une certaine dissymétrie intervient de nouveau pour un décalage de 3/8e de période (fig. 56) (*d*).

Si l'on revient à la disposition de la figure 56 (*a*), la figure 57 (*a*) représente le spectre d'une onde modulée en fréquence sur la fréquence F_1, avec un indice de modulation de 2 (Bibl. 15), la figure 57 (*b*), le spectre d'une oscillation modulée en fréquence sur la fréquence $F_2 = 2F_1$, et avec une profondeur de modulation égale à la profondeur précédente, c'est-à-dire avec un indice de modulation réduit de moitié et égal à 1 (puisque la fréquence de modulation est doublée). Enfin, la figure 57 (*c*) représente le spectre obtenu lorsque les deux modulations agissent simultanément (avec une profondeur de modulation double par conséquent de la profondeur précédente) ; on constate la dissymétrie introduite, qui est considérable. Sur ces trois spectres, et afin de mieux montrer leur caractère symétrique ou dissymétrique, on n'a pas tenu compte des phases relatives des diverses ondes au moment du maximum de modulation, mais on les a indiquées en donnant le signe positif aux intensités des ondes en phase avec l'onde porteuse, et le signe négatif aux intensités des ondes qui sont alors en opposition de phase avec cette dernière.

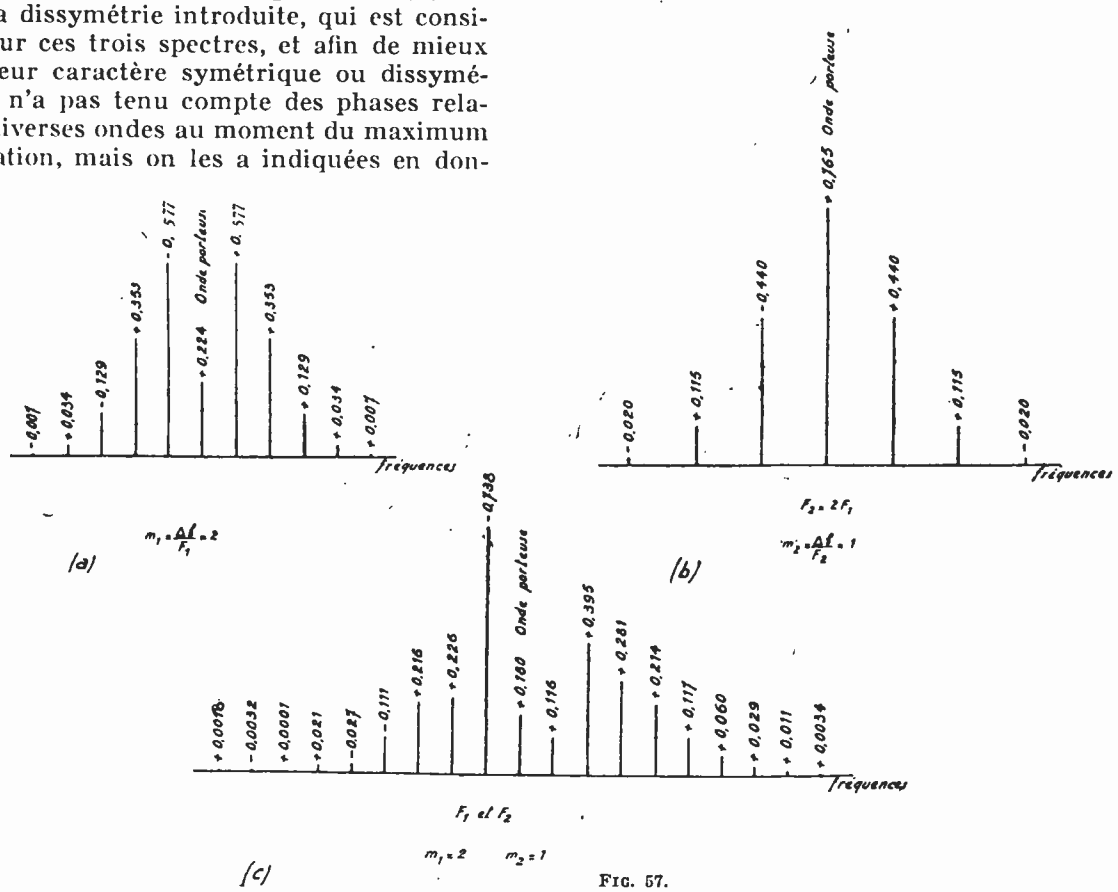


FIG. 57.

D. — Cas de plusieurs fréquences de modulation.

Les résultats précédents s'étendent sans difficulté, mais avec une complication croissante, au cas de plusieurs fréquences de modulation. Dans le cas général où l'on tient compte des déphasages relatifs Φ_1, Φ_2, Φ_3, etc..., l'équation des oscillations s'écrit alors :

$$i = a \sin [\omega t + m_1 \sin (\Omega_1 t + \Phi_1) + m_2 \sin (\Omega_2 t + \Phi_2) + m_3 \sin (\Omega_3 t + \Phi_3) + \ldots\ldots] \qquad (35)$$

et l'équation du spectre devient :

$$i = a \sum_{n_1, n_2, n_3, \ldots\ldots = -\infty}^{n_1, n_2, n_3, \ldots\ldots = +\infty} J_{n_1}(m_1) J_{n_2}(m_2) J_{n_3}(m_3) \ldots\ldots$$
$$\sin [(\omega + n_1 \Omega_1 + n_2 \Omega_2 + n_3 \Omega_3 + \ldots\ldots) t + n_1 \Phi_1 + n_2 \Phi_2 + n_3 \Phi_3 + \ldots\ldots] \qquad (36)$$

On peut faire, à ce sujet, des remarques analogues à celles formulées dans le cas de deux fréquences de modulation : la largeur n'est pas infinie, puisque l'intensité de chaque onde latérale est le produit d'un certain nombre de fonctions de Bessel, toutes inférieures à l'unité, et représentant elles-mêmes les intensités des spectres qui seraient obtenus en modulant séparément par chacune des fréquences considérées. Dès lors, dès que l'intensité d'une de ces ondes latérales se trouve être pratiquement nulle, l'intensité de l'onde latérale résultante, produit des intensités considérées, est nulle aussi.

Le spectre peut être symétrique ou dissymétrique suivant que les variations de la fréquence instantanée au-dessus et au-dessous de la fréquence médiane sont symétriques ou dissymétriques par rapport aux points où la courbe de variation de cette fréquence instantanée coupe l'horizontale correspondant à la fréquence médiane.

L'onde porteuse elle-même perd, en réalité, beaucoup de son importance. Dans le cas d'une modulation de fréquence du type représenté par la courbe de la figure 58 par exemple, peu importe que l'onde porteuse (et l'onde en l'absence de modulation) ait la fréquence f_1 ou la fréquence f_2.

Enfin, de la forme même de la courbe de la fréquence instantanée, on peut déduire des indications sur le spectre. Lorsque cette courbe reste

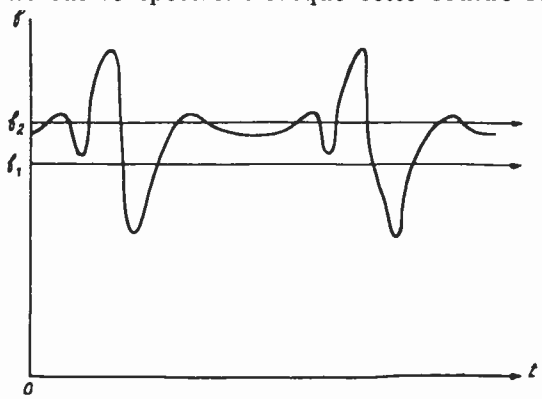


FIG. 58.

au voisinage d'une fréquence déterminée pendant un temps assez long, l'énergie s'accumule sur cette fréquence, et on aura, à son voisinage, des ondes latérales intenses. Au contraire, si la fréquence instantanée passe rapidement sur certaines valeurs de la fréquence, les ondes latérales y seront faibles. Autour des valeurs de la fréquence sur laquelle s'accumulera l'énergie, les ondes latérales décroîtront plus ou moins rapidement : si la fréquence instantanée garde long-

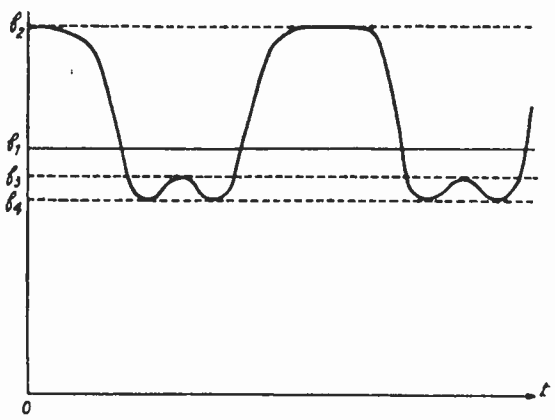


FIG. 59.

temps une certaine valeur, la décroissance sera rapide ; si, au contraire, elle reste moins longtemps autour de cette valeur, la décroissance sera plus lente. A titre d'exemple, la figure 59 représente une certaine courbe de variation de la fréquence instantanée, qui reste assez longtemps au voisinage de la fréquence f_2, et qui, d'autre part, oscille pendant moins longtemps entre les fréquences f_3 et f_4, la fréquence de l'onde porteuse étant supposée être f_1.

La figure 60 montre le spectre correspondant, avec une accumulation d'énergie importante sur la fréquence f_2, et une décroissance assez rapide des ondes latérales à son voisinage, puis une accumulation d'énergie moins importante sur les fréquences f_3 et f_4, avec une décroissance plus lente des intensités des ondes latérales voisines. La fréquence porteuse f_1 ne se différencie pas des autres fréquences.

L'ensemble de ces considérations permet de souligner maintenant combien le caractère de l'onde porteuse et des ondes latérales est différent en modulation d'amplitude et en modulation de fréquence.

En modulation d'amplitude, l'onde porteuse, toujours intense par rapport aux ondes latérales (puisqu'elle doit être plus grande que la somme de toutes ces ondes latérales, afin d'éviter la surmodulation), garde une amplitude constante, et est le centre de symétrie du spectre. C'est un élément stable, que l'on peut supprimer dans la transmission en vue d'économiser l'énergie correspondante, mais qu'il est indispensable de rétablir ensuite, à la réception, avec sa fréquence initiale. Toute modification, même légère, de sa fréquence, entraîne une distorsion importante de la modulation.

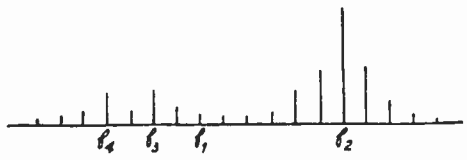


FIG. 60.

En modulation de fréquence, au contraire, l'onde porteuse n'a plus cette importance. Son intensité est souvent réduite, et elle tombe au-dessous de l'intensité de beaucoup d'ondes latérales ; elle n'est plus un centre de symétrie du spectre, et ne se distingue pas des ondes voisines. Elle ne correspond, en général, qu'à une petite fraction de l'énergie totale, et il n'est par conséquent pas intéressant d'essayer de la supprimer pour la transmission. Cette suppression et le rétablissement ultérieur seraient, d'ailleurs, délicats, puisque l'intensité de l'onde porteuse est variable au cours de la modulation. Par contre, si on l'effectuait, l'exactitude de reproduction de sa fréquence n'aurait plus la même importance qu'en modulation d'amplitude, la hauteur de la note de modulation étant caractérisée tout autant par l'espacement des diverses ondes latérales entre elles que par la différence de fréquence entre les deux ondes qui encadrent l'onde porteuse et cette onde porteuse elle-même.

D'autre part, lorsque, en modulation d'amplitude, on supprime l'onde porteuse pour la rétablir à la réception, il est intéressant de la renforcer alors au delà même du simple rétablissement, ce qui n'entraîne aucune déformation, mais peut réduire, au contraire, la distorsion non linéaire du détecteur. Dans le cas de la modulation de fréquence, par contre, si l'on supprimait l'onde porteuse à l'émission, son rétablissement à la réception devrait reproduire rigoureusement l'intensité relative initiale par rapport aux ondes latérales, faute de quoi une distorsion particu-

lière, dont la valeur a été calculée, serait introduite.

Quant aux ondes latérales, leur lien avec la forme même de la modulation est très différent en modulation d'amplitude et en modulation de fréquence. Sans doute, en modulation d'amplitude ce lien existe-t-il déjà ; néanmoins, une modulation non symétrique par rapport à l'amplitude moyenne entraîne un spectre qui est toujours symétrique. En modulation de fréquence, au contraire, où l'élément variable se trouve être justement la fréquence instantanée, le lien entre la forme de la modulation et la disposition des ondes latérales est beaucoup plus intime, et à une forme de modulation non symétrique par rapport à la fréquence médiane correspond un spectre également non symétrique.

E. — Préaccentuation et désaccentuation.

On a vu qu'en modulation de fréquence la largeur effective du spectre dépend, non seulement de la fréquence, mais aussi — et d'une manière

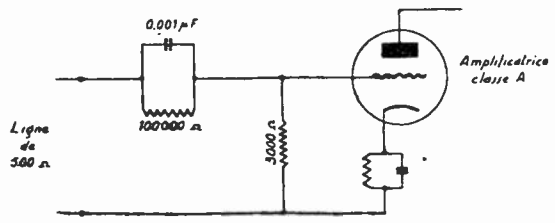


FIG. 61.

plus importante lorsque les indices de modulation restent grands — de la profondeur de modulation (alors qu'en modulation d'amplitude la profondeur de modulation ne réagit pas sur la largeur du spectre, tant du moins qu'il n'y a pas surmodulation).

Or, dans la modulation téléphonique, les fréquences élevées entre 1.000 ou 2.000 c/s et 15.000 c/s sont, en général, peu intenses et ne

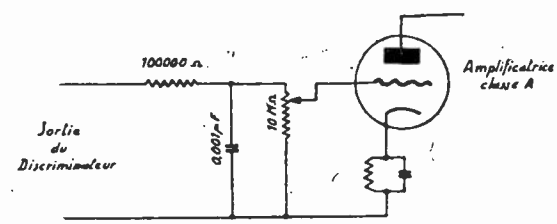


FIG. 63.

donnent lieu qu'à une modulation de faible profondeur. Si l'on module un émetteur à modulation de fréquence de haute qualité avec le courant provenant directement du microphone, lors d'une émission de parole ou de musique, on peut être amené à constater que, compte tenu simultanément de la hauteur des diverses fréquences de modulation et de leur intensité relative, le spectre sera *plus large* pour des fréquences comprises entre 400 et 1.000 c/s que pour des fréquences plus élevées. Il peut, dès lors, être intéressant de chercher à obtenir une largeur constante en relevant, à l'émission, le niveau relatif des notes aiguës pour le réduire ensuite, à la réception, après passage par le discriminateur. L'intérêt de l'opération est que les brouillages et les bruits de fond, dont les composantes correspondent, en général, à des notes assez élevées, seront ainsi réduits à la réception, toutes choses égales d'ailleurs, comme on le verra plus en détail ci-dessous.

La préaccentuation, dénommée par les Américains « *preemphasys* », s'obtient en disposant à l'émission, après le microphone, un circuit à constante de temps de 100 µs, qui a été normalisé aux Etats-Unis, et qui est représenté sur la figure 61. Le relèvement de niveau est à peu près proportionnel à la fréquence à partir de 1.500 c/s (1). A la réception, on rétablit les choses (désaccentuation, ou « *deemphasys* ») en disposant, après le discriminateur, un circuit inverse (fig. 63). rabaissant le niveau des aiguës. Lors de l'étude des brouillages en modulation de fréquence, on évaluera le gain ainsi réalisé (2).

(A suivre.)

(1) Si l'on se rappelle qu'en modulation de fréquence la déviation de fréquence, pour des tensions de modulation égales, reste constante dans toute la gamme des fréquences de modulation, alors que la déviation de phase décroît inversement proportionnellement à cette fréquence de modulation, et qu'en modulation de phase la déviation de fréquence croît avec la fréquence de modulation, tandis que la déviation de phase est indépendante de cette fréquence, on constatera que la préaccentuation a, en somme, pour effet, de transformer, pour les notes les plus aiguës, la modulation de fréquence en une modulation de phase.

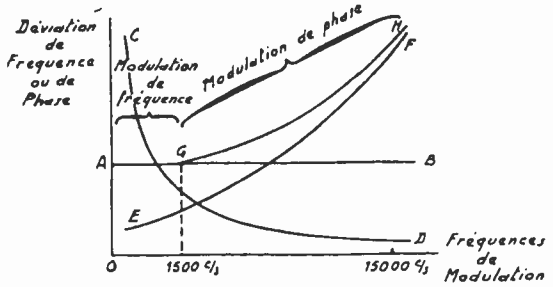


FIG. 62.

Sur la figure 62, on a porté en abscisse l'échelle des fréquences de modulation, et en ordonnée les déviations. En modulation de fréquence ordinaire, la déviation de fréquence serait représentée par l'horizontale AB et la déviation de phase par une courbe telle que CD. En modulation de phase, c'est la déviation de phase qui serait représentée par une horizontale telle que AB, et la déviation de fréquence serait représentée par une courbe telle que EF. Lorsque, à partir de la fréquence de 1.000 ou 1.500 c/s, on applique à la modulation de fréquence le dispositif d'accentuation des notes aiguës, on obtient une déviation de fréquence qui suit tout d'abord la droite AG, puis qui s'élève suivant la courbe GH.

Quant à la déviation de phase qui décroissait entre A et B, elle devient sensiblement constante au delà de G. Ainsi, le système revient bien à moduler en fréquence pour les notes de modulation basses, et à moduler « en phase » pour les notes aiguës, tout en conservant, à la réception, un récepteur à discriminateur qui donne une intensité de sortie proportionnelle à la déviation de fréquence (et non à la déviation de phase).

(2) Après plusieurs années d'expérimentation, il semble d'ailleurs que les Américains aient actuellement une tendance à réduire la préaccentuation en utilisant des circuits n'ayant plus qu'une constante de temps de 50 µs.

RAYMOND BRAILLARD
(1888-1945)

Né en 1888, Raymond BRAILLARD reçut sa formation technique à l'Ecole des Arts et Métiers de Cluny, puis à l'Ecole Supérieure d'Electricité de Paris, d'où il sortit major de sa promotion en 1907. Après un passage de deux ans à la Société « l'Eclairage Electrique », il se consacra à la T. S. F.

Après avoir participé avec le Commandant Ferrié à la création d'un matériel de T. S. F. pour la Marine Nationale, il fait son service militaire au Mont-Valérien, puis à la Tour Eiffel.

Il passe ensuite à la « Société Française Radio-Electrique », puis est chargé de la construction d'un réseau de dix émetteurs au Congo Belge.

Revenu en Europe, il devient Directeur de l'école, de la station et des ateliers de Laeken, près de Bruxelles; il réalise les premières communications directes Belgique-Congo puis, en 1913, crée la première station de radiodiffusion dont les programmes sont reçus jusqu'à Paris.

Secrétaire de la Commission Radio-Scientifique Internationale, il s'intéresse à la propagation des ondes.

Pendant la guerre, il est détaché à l'armée belge pour l'organisation du service de la T. S. F., passe trois années sur le front de l'Yser et reçoit les croix de guerre française et belge. Il accomplit une seconde mission au Congo Belge puis, revenu en France, collabore à la construction de la grande station radiotélégraphique de Croix-d'Hins.

Il participe, en 1919, à la création de la « Société Indépendante de Télégraphie sans Fil », à Paris, et de la « Société Indépendante Belge », à Bruxelles. Il est, de 1923 à 1929, Directeur technique de la « Société Belge Radioélectrique ».

En 1926 il est élu Président de la « Commission Technique de l'Union Internationale de Radiodiffusion ». A ce titre il est, pendant quinze ans, l'un des principaux organisateurs de la radiodiffusion européenne ; il élabore les plans d'attribution des fréquences aux diverses stations ; il apporte une importante contribution à toutes les questions techniques intéressant la radiodiffusion, et notamment à la modulation et à la propagation. Défenseur intransigeant de la « qualité » des émissions, il crée en 1927, puis dirige le « Centre de Contrôle de l'Union Internationale de Radiodiffusion » à Bruxelles et, « policier de de l'éther », contrôle journellement près de mille stations réparties dans le monde et contribue puissamment à établir entre elles la discipline nécessaire, et à obtenir une amélioration continue de la technique et de l'exploitation. Il est présent à toutes les conférences internationales, qu'elles soient spéciales à la radiodiffusion, et y révèle ses qualités d'organisateur, ou qu'elles aient pour objet les diverses branches des radio-communications, et il est alors un admirable défenseur de la radiodiffusion.

En 1935, il crée la « Maison de la Radio » à Bruxelles, l'une des plus modernes de l'Europe.

Capitaine du génie en 1939, il est maintenu en Belgique à la disposition de l'Attaché militaire, puis, en mai 1940, replie sur Paris les précieuses installations du Centre de Contrôle et est détaché à la Radiodiffusion Nationale où il remplit les fonctions de directeur technique de 1940 à 1944.

Avec Raymond BRAILLARD, c'est une personnalité de premier plan dans la radiodiffusion internationale qui disparaît. Les techniciens des télécommunications du monde entier l'ont connu et ont apprécié l'étendue et la sûreté de sa technique, ses dons d'organisateur, son souci d'obtenir une « qualité » toujours plus parfaite, sa foi en l'avenir de la radiodiffusion.

L. BOUTHILLON.

Imprimerie André Tournon et Cie, Paris. — O. P. L. n° 31.0979. — *Le gérant :* Etienne CHIRON
Dépôt légal : 1er trim. 1946. — I. 125. — Edit. n° 20.